

TENDENCIA Y CICLOS EN LA ECONOMÍA ESPAÑOLA: Modelos, estimaciones y perspectivas para 1998-1999.

Antoni Espasa y J. Manuel Martínez*

Resumen.

En este trabajo se analizan las implicaciones teóricas de diferentes modelos econométricos que pueden recoger la tendencia de las series macroeconómicas, concluyéndose que los modelos $I(1,1^s)$, con una raíz unitaria y con rupturas aleatorias en la tasa de crecimiento medio del fenómeno en cuestión, se revelan como especialmente atractivos para dicho fin. La alternativa de modelos con raíces unitarias aleatorias se está desarrollando rápidamente y en un futuro próximo será otra alternativa de interés. Se comenta también la relación de estos modelos con los modelos ARIMA más usuales para fines de predicción.

Para el PIB español se obtiene un modelo $I(1,1^s)$ con una ruptura en la tasa de crecimiento en el año 1974. En este modelo el componente residual sobre la tendencia muestra oscilaciones de periodicidad larga, 26 trimestres, que se amortiguan lentamente: a una tasa del 11 %. La tasa de crecimiento anual media que se estima para el PIB a partir de 1974 es del 2.7%.

Posteriormente se discuten las principales direcciones de investigación sobre modelos con regímenes cambiantes y se opta por desarrollar para el caso español la orientación de modelos TAR seguida por Tiao y Tsay (1994) con dos cambios de interés. Los resultados que destacan sobre el ciclo del PIB español son: (1) los ciclos son asimétricos con desaceleraciones suaves y recuperaciones oscilantes; (2) las innovaciones en las recuperaciones tienen menor varianza que en otros regímenes, por lo que la predicción es más precisa en las etapas de recuperación; (3) la entrada y salida de las recesiones no se deben a la dinámica del sistema, pueden considerarse provocados por innovaciones; (4) las innovaciones mantienen una evolución cíclica en el PIB que, en general, resulta de periodicidad superior a la estimada por modelos lineales; (5) los modelos no lineales predicen mejor que los lineales; (6) el saldo comercial parece haber sido un factor determinante en las salidas de las crisis económicas; (7) las perturbaciones no tienen efectos permanentes sobre la tasa de crecimiento del PIB; (8) las perturbaciones positivas tienen, en general, un efecto absoluto a corto y medio plazo mayor que las perturbaciones negativas.

Finalmente se analizan las perspectivas de la economía española para 1998-99.

Palabras clave: Asimetría, ciclos límite, persistencia, no linealidad, PIB, TAR.

(*) Espasa, Departamento de Estadística y Econometría, Universidad Carlos III de Madrid, email: espasa@est-econ.uc3m.es. Martínez, Departamento de Estadística y Econometría, Universidad Carlos III de Madrid, email: jmmm@est-econ.uc3m.es. Este trabajo ha sido realizado dentro de los proyectos PB95-0299 y APC95-0090 de la DGES y ha sido financiado por la Fundación Universidad Carlos III de Madrid. Ponencia presentada en el seminario "El ciclo económico español y la valoración de la situación macroeconómica en 1998" en la Universidad Carlos III el día 8 de Mayo de 1998. Agradecemos los comentarios realizados por José Viñals, Javier Fernández-Macho, Luis de Guindos y Carlos Sebastián recibidos en dicho seminario.



Agradecimientos

Este trabajo tiene una carga metodológica importante y también una orientación muy aplicada y concluye con una evaluación de la coyuntura actual de la economía española. Metodología, aplicación empírica y seguimiento de la realidad económica son las características de la orientación reinante en el grupo de personas que vienen colaborando en el Laboratorio de Predicción y Análisis Macroeconómico del Instituto Flores de Lemus de Estudios Avanzados en Economía de la Universidad Carlos III de Madrid. Este trabajo desarrollado en dicho laboratorio no contiene resultados originales *per se*. Se ha construido a partir de los trabajos de los autores – Martínez y Espasa (1998(a) y (b))-, presentando los resultados elaborados de una forma menos técnica y con una discusión más detallada de sus implicaciones en el análisis aplicado. Así mismo, este trabajo se basa en las investigaciones teóricas y aplicadas de un número ampliado de personas de dicho laboratorio, especialmente en las doctorales de Eva Senra y Fernando Lorenzo. Es necesario citar también a Rebeca Albacete, M. Dolores García Martos, Juan de Dios Mena y José Manuel Revuelta. También tenemos una deuda muy especial con las personas que en estos momentos están responsabilizadas con la parte administrativa del laboratorio y de los proyectos de investigación, Francisca Cabezas y Reyes Hernández. A todos ellos nuestro más profundo agradecimiento.

I. Introducción.

Antes de hablar del ciclo económico español es necesario realizar un conjunto de consideraciones iniciales y determinar con qué objetivo se aborda el tema cíclico.

La primera consideración a realizar consiste en señalar la complejidad existente en diferenciar una evolutividad acíclica o tendencial en el nivel de una variable macroeconómica de una evolutividad cíclica. En muestras cortas – que incluyen menos de tres repeticiones de un determinado tipo de ciclo- la evolución cíclica puede confundirse con el desarrollo tendencial. En consecuencia los ciclos de períodos temporales largos se analizan mal en economía. Este trabajo se ciñe a contemplar los **ciclos denominados de actividad económica** (“business cycles”), que suelen tener una periodicidad entre tres y seis años y constituyen el tipo de ciclo económico que se puede estudiar mejor.

Dado que la mayor parte de las series económicas con oscilaciones cíclicas muestran también una evolución tendencial, el análisis cíclico requiere disponer de **esquemas que expliquen al mismo tiempo la tendencia y el ciclo**. La tendencia de una serie temporal no se puede definir con precisión, pero de forma intuitiva se puede decir que es el componente acíclico de largo plazo en una serie temporal, es decir, el componente acíclico que tiende a perpetuarse. Por lo indicado en el párrafo anterior los ciclos largos, aquéllos con periodicidad superior a la de los ciclos de actividad, en la práctica se confunden con la tendencia, pues con las series temporales existentes no es posible determinar si un componente es acíclico, es decir de periodicidad infinita, o cíclico de periodicidad larga. Habrá que conformarse en distinguir entre ciclos de actividad y tendencia junto con ciclos largos.

Este trabajo empieza analizando **la tendencia del PIB español** para poder a continuación estudiar las oscilaciones en el mismo relacionadas con el ciclo de actividad. El objetivo del estudio no es extraer un perfil cíclico del PIB, ni tan siquiera fechar sus principales puntos de giro. **El objetivo se centra en entender las características tendenciales y cíclicas del PIB**. Por eso en el trabajo se pone un cuidado especial en discutir los modelos cuantitativos que pueden ser de mayor interés para representar tendencias y ciclos en macroeconomía. Los modelos empleados no son estructurales, sino de forma final, univariantes, y por tanto no incorporan una teoría económica concreta en su formulación. Estos modelos sirven para explicitar rasgos tendenciales y cíclicos de

bastante solidez en los datos, de modo que si el trabajo cuantitativo se ha realizado bien, la teoría tendrá que ser capaz de explicarlos.

En la sección II se analizan diferentes modelos para la tendencia de las variables económicas y en la III se presentan los resultados para el PIB español. La sección IV se dedica a estudiar distintos modelos para los ciclos de actividad y en la V se analizan los resultados para el PIB español. La sección VI se dedica a considerar los factores que pueden propiciar las recuperaciones cíclicas en la economía española y, en la sección VII, se analizan los diferentes efectos que tienen las perturbaciones negativas con relación a las positivas y cómo tales efectos dependen además del momento histórico en el que aparece la perturbación. Finalmente la sección VIII presenta un conjunto de predicciones sobre la economía española para 1998 y 1999.

II. La tendencia en las variables macroeconómicas.

Para el tipo de análisis de los datos económicos mencionado en la introducción, resulta útil partir de una caracterización de las peculiaridades básicas que se encuentran en las series temporales macroeconómicas. Lograr tal caracterización ha constituido una preocupación constante en la literatura especializada sobre el tema y, junto con la determinación de las propiedades latentes en los datos, han ido apareciendo prototipos de modelos capaces de aproximar las series temporales económicas. Con los trabajos de Yule, Slutsky y Wold en los años veinte y treinta se formulaban modelos estocásticos útiles para aproximar las oscilaciones que presentan las series temporales. La orientación estocástica en el análisis económico ha ido en aumento y el trabajo de Haavelmo (1941) constituye el punto de no retorno en dicho sentido. Burns y Mitchel (1946) demostraban con gran soporte empírico que resultaba útil analizar las fluctuaciones económicas en términos de diferentes fases cíclicas y Nerlove (1964) y Granger (1966) formulaban esquemas estocásticos típicos sobre la tendencia y evolución de una serie económica. Posteriormente, los modelos lineales ARIMA propuestos por Box y Jenkins (1970) han sido de aplicación universal en el ámbito económico y trabajos como los de Shiskin et al. (1967) de Nelson y Plosser (1982) han contribuido a desterrar prácticamente las formulaciones deterministas en el análisis de las tendencias económicas.

El mantenimiento durante muchas décadas de **formulaciones determinísticas de las tendencias económicas** no resulta tan absurda como puede parecerle al lector actual. Su **fundamento** reside en que el desarrollo tendencial que muestran los datos económicos se manifiesta con fuertes restricciones, dando lugar a una evolución temporal muy suave que la teoría económica avala. En tal sentido, los modelos determinísticos aparecen como primeras aproximaciones razonables, aunque tengan características inaceptables como que tales sendas de largo plazo no se ven alteradas por las perturbaciones aleatorias que sufre el sistema económico y, por tanto, no existe incertidumbre respecto a su futuro.

Un **modelo con tendencia determinista** es, por ejemplo, el propuesto por Blanchard (1981) para el PIB de EE.UU:

$$Y_t = c + bt + \eta_t \quad [\text{modelo } I(0,2)] \quad (1)$$

donde la **tendencia**, T_t , es **lineal**:

$$T_t = c + bt = T_{t-1} + b. \quad (2)$$

En (2) efectivamente la tendencia es determinística ya que dados los parámetros c y b que la definen no existe incertidumbre alguna sobre su valor en cualquier momento del tiempo. Esto es así, porque en su definición no interviene ningún componente o perturbación aleatoria.

En la variable Y_t del modelo (1) además de la referida tendencia, e independientemente de ella, aparecen unas **oscilaciones**, η_t , estocásticas, estacionarias e invertibles, que se corresponderían con el comportamiento cíclico de la variable en cuestión. Este **componente cíclico** tiene una representación lineal en función de su propio pasado:

$$\eta_t = \phi_1 \eta_{t-1} + \phi_2 \eta_{t-2} + \dots + a_t, \quad (3)$$

en donde $\eta_t = Y_t - c - bt$, y a_t es una perturbación aleatoria (ruido blanco) que se incorpora en la determinación de η_t y que recoge los múltiples impactos impredecibles que llegan a η_t , y por tanto a Y_t , en el momento t .

La dependencia de η_t en (3) del pasado puede ser muy larga o ilimitada, pero convergente, con lo que se cumple que:

$$\begin{aligned} \phi_j &= 0 \\ j &\rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (4)$$

Con ello, sustituyendo η_{t-j} ($j = 1, 2, \dots$) en (3) por su valor de acuerdo con (3) se llega a que el componente cíclico se puede formular también como:

$$\eta_t = a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2}, \dots, \quad (5)$$

en donde la secuencia de coeficientes ψ_j es también convergente y cumple también una propiedad similar a (4).

La ecuación (3) muestra que el término a_t , una perturbación aleatoria, es la innovación que llega al sistema en el momento t y las ecuaciones (3) y (4) indican que todo sistema dinámico con estas características puede verse como dependiente de su propio pasado más una innovación contemporánea -ecuación (3)- o, equivalentemente, como una suma ponderada de todas las innovaciones ocurridas hasta el momento t -ecuación (4)-. La propiedad de convergencia de las ponderaciones ψ_j garantiza que el efecto de una innovación a_t más o menos pronto desaparece en η_{t+k} para valores grandes de k .

En el modelo (1) la tendencia $T_t (=c + bt)$ no se ve afectada por las perturbaciones aleatorias $-a_t-$ que se incorporan en cada momento al sistema y, por eso, la tendencia es plenamente predecible y decimos que es determinística. Por contra, el componente cíclico de Y_t en (1) es aleatorio pues viene afectado por las perturbaciones a_t .

El componente cíclico en este esquema tiene dos factores: (1) una estructura de ponderaciones ψ_j fija y (2) una secuencia de perturbaciones aleatorias. En (5) las perturbaciones aleatorias son el único factor que determina que los ciclos tengan amplitudes y duraciones diferentes, según sea la magnitud y el signo de las perturbaciones que van apareciendo. Por otro lado, este modelo trata del mismo modo, es decir, con la misma ponderación, una perturbación positiva que una negativa. Finalmente, en este modelo los ciclos desaparecen si el sistema entra en equilibrio, es decir, si a partir de un momento t^* las innovaciones son cero.

En (1) se tiene una tendencia que se perpetúa de forma fija y, por tanto, independiente de cualquier posible perturbación aleatoria, y un componente cíclico de carácter general dentro de un contexto lineal que sólo se perpetúa por la continua aparición de innovaciones en el sistema.

Como se ha comentado, la definición tendencial de (1) tiene una formulación restringida y suave pero al costo de ser invulnerable por las perturbaciones a_t que van afectando a la variable Y_t . Reformulando (1) como

$$Y_t = T_{t-1} + b + \eta_t, \quad (6)$$

es fácil de ver el modo en el que los modelos **ARIMA** aleatorizan una tendencia. Un modelo ARIMA podría tener la siguiente forma:

$$Y_t = Y_{t-1} + (Y_{t-1} - Y_{t-2}) + \eta_t, \quad [\text{modelo } I(2,0)] \quad (7)$$

donde el nivel tendencial determinístico del esquema (6), T_{t-1} , se ha sustituido en (7) por un nivel aleatorio, Y_{t-1} , que recoge la situación anterior del sistema. Igualmente, el componente estable, b , de crecimiento en (6) se ha sustituido por algo aleatorio ($Y_{t-1} - Y_{t-2}$) dependiente también de las condiciones iniciales del sistema.

La tendencia en (7) tiene dos características: (a) estar definida en términos de la variable Y y (b) con coeficientes unitarios (raíces unitarias), ya que tanto Y_{t-1} como ($Y_{t-1} - Y_{t-2}$) tienen coeficientes de valor uno. Debido a la característica (a), la tendencia de (7) incorpora las perturbaciones impredecibles $-a_t-$ que en cada momento se van introduciendo en la variable Y_t . Por otra parte, debido a (b), tal incorporación se hace con ponderaciones que no convergen hacia cero, con lo que las perturbaciones en este modelo son persistentes en la tendencia y a través de ella en la variable Y_t .

Con tales propiedades sobre la tendencia en el modelo (7), ahora sí **que existe incertidumbre sobre la evolución tendencial futura**. Además, tal incertidumbre no está acotada a medida que se amplía el horizonte futuro. En efecto, cuanto mayor sea dicho horizonte mayor será el número de perturbaciones impredecibles y persistentes que entrarán en él. Todo esto implica también que **la tendencia, como secuencia de largo plazo, cambia en cada momento del tiempo con las nuevas realizaciones de Y_t** .

Si en (7) se sustituye η_t por su expresión en (5) se tiene que condicional al sistema formulado y a todo lo observado hasta $t-1$, Y_t es conocida excepto en el componente innovacional contemporáneo, a_t . Así, con la aparición posterior de a_t la tendencia en $(t+1)$ se reformulará teniendo en cuenta Y_t e ($Y_t - Y_{t-1}$) y, por tanto, incorporando la innovación a_t . Es decir, **cualquier innovación a_t que llega al sistema cambia la tendencia**. Con ello, en general, los modelos ARIMA del tipo (7) generarán tendencias moderadas porque la incorporación del nivel (Y_{t-1}) y del crecimiento ($Y_{t-1} - Y_{t-2}$) en (7) se hace con coeficientes unitarios -raíces unitarias- pero poco restringidas ya que cualquier innovación afecta tanto al nivel de partida (Y_t) como al crecimiento ($Y_t - Y_{t-1}$) que se incorporarán en el momento siguiente $(t+1)$. **Los modelos (7) tienen dos coeficientes**

unitarios en la tendencia, uno para Y_{t-1} y otro para $(Y_{t-1} - Y_{t-2})$ por lo que se les denomina procesos integrados de segundo orden $I(2)$.

La tendencia recogida en (7) se puede suavizar de la forma:

$$Y_t = Y_{t-1} + b + \eta_t, \quad [\text{modelo } I(1,1)] \quad (8)$$

donde ahora el crecimiento b que se incorpora en cada momento es fijo, y, por tanto, inmutable con las innovaciones. En este modelo la tendencia es aleatoria pues descansa sobre un nivel aleatorio de partida (Y_{t-1}) pero está restringida a tener crecimiento constante a largo plazo. Para una misma secuencia de innovaciones esta tendencia es más suave que la representada en (7). Sin embargo, tiene la propiedad de que el crecimiento a largo plazo, b , no cambia con ningún tipo de perturbación que pueda llegar al sistema. Esto parece excesivamente rígido para representar fenómenos económicos y se puede flexibilizar del modo

$$Y_t = Y_{t-1} + \sum_{j=1}^k b_j \zeta_{jt} + \eta_t, \quad [\text{modelo } I(1,1^s)] \quad (9)$$

donde $\zeta_{jt} = \begin{cases} 1, & t > t_j \\ 0, & t \leq t_j \end{cases}$.

En (9) para una muestra de T observaciones, $1, 2, \dots, T$, existen k momentos t_1, t_2, \dots, t_k en los que el crecimiento cambia en una magnitud b_j que puede ser mayor o menor que cero. En series macroeconómicas, k suele ser un valor muy pequeño, por ejemplo, 2 ó 3 como máximo en cada período de unos cincuenta años de observaciones en series como el PIB. El modelo (9) indica que en determinados momentos, t_j , que se producen sólo muy de tanto en tanto, se dan cambios en el crecimiento a largo plazo. Estos modelos mantienen por grandes tramos la restricción de crecimiento constante incorporada en (8), pero permiten que de tanto en tanto cambie la tasa de crecimiento. Al modelo (8) como sólo tiene un componente aleatorio Y_{t-1} de coeficiente unitario en la tendencia se le denomina integrado de primer orden $I(1)$ y para enfatizar que dicho modelo tiene un componente determinístico b distinto de cero, Espasa y Cancelo (1993) proponen denominarlo $I(1,1)$. En (9) se tiene también un modelo $I(1,1)$

pero en el que el crecimiento no es fijo, b , sino segmentado, por lo que en Martínez y Espasa (1998(a)) se le denomina $I(1,1^s)$, donde el superíndice s se refiere a la segmentación de la tasa de crecimiento. Un modelo del tipo $I(1,1^s)$ se estima en Espasa (1984) para el PIB español.

La terminología anterior se generaliza en Espasa y Peña (1995) con la expresión $I(d,m)$, donde d se refiere al número de componentes aleatorios con coeficiente unitario en la tendencia y m al número de componentes determinísticos en la tendencia. Con ello el modelo (6) sería $I(0,2)$, ya que tiene dos componentes determinísticos tendenciales: uno, T_{t-1} , de nivel y otro, b , de crecimiento. Conviene observar, que en todos los modelos comentados $h^* = d + m = 2$, indicando que representan **tendencias con un mismo orden h de componentes, pero con diferentes niveles de restricción o aleatoriedad**¹. Obsérvese que en el modelo $I(1,1^s)$ la aleatoriedad de la tendencia proviene del hecho de que $d=1$, es decir, existe un factor de nivel en la tendencia que viene afectado por las innovaciones a_t , y de que el crecimiento es segmentado, con lo que existen unas perturbaciones ocasionales no especificadas en el modelo que de tanto en tanto cambian la tasa de crecimiento.

Recientemente Granger (1993) ha resumido las propiedades básicas de las series macroeconómicas y señala, que son series dominadas por un componente tendencial que se caracteriza por un comportamiento sistemático a crecer con posibles cambios esporádicos de pendiente. Así, la tendencia es un componente suave, que se perpetúa hacia el futuro y que probablemente no es determinístico. Granger (1993) **concluye que los modelos que en lo que precede se han denominado $I(1,1^s)$ son los modelos típicos para representar la tendencia de las series macroeconómicas.**

Se han señalado las dos fuentes de aleatoriedad en la tendencia que existen en un modelo $I(1,1^s)$. Las segmentaciones de las tasas de crecimiento en estos modelos son difíciles de prever, y si una vez que se ha dado una segmentación el analista no lo detecta y no lo incorpora al modelo, el esquema $I(1,1^s)$ antiguo predecirá mal el comportamiento futuro, pues no incorpora el cambio acaecido en la tasa de crecimiento. Frente a ello, si la variable Y_t viene generada por un modelo $I(1,1^s)$, pero la serie temporal disponible sobre ella se está analizando con un modelo $I(2,0)$ del tipo recogido en la ecuación (7), se

¹ En este artículo h^* hace referencia al número de componentes de la tendencia. Para $h=2$ los dos componentes son uno de nivel y otro de crecimiento lineal. En Espasa y Peña (1995) se utiliza h en vez de h^* , en donde $h=d+m-1$, indica el orden polinomial de la tendencia.

tiene que el modelo $I(2,0)$ también predecirá mal el momento t_j en el que se produce la segmentación, pero posteriormente, $(t_j + 1)$ en adelante, predecirá bien. En efecto, sin necesidad de modificar el modelo, éste recogerá a través de $(Y_{t_j} - Y_{t_j-1})$ la nueva tasa de crecimiento. Por eso en series que tienen tendencias $I(d,m^s)$ de orden $h=2$, Box-Jenkins propusieron recoger toda la aleatoriedad de la tendencia con $d=2$ y $m=0$, es decir con el modelo (7).

De lo anterior se concluye de acuerdo con Granger (1993) que el modelo $I(1,1^s)$ es un buen esquema para caracterizar las tendencias macroeconómicas, pero aunque dicho modelo sea el esquema verdadero, para fines exclusivamente predictivos de corto plazo los modelos $I(2,0)$ pueden ser recomendables.

Otro tipo de modelos que resultan también de interés para la tendencia son los modelos integrados en los que los coeficientes unitarios (raíces unitarias) no son fijos sino cambiantes en el tiempo. Senra (1998) denomina $I(d^c,m)$ a tales modelos, en donde el superíndice c indica que la raíz unitaria no es fija. En los modelos $I(d^c,m)$ según sean los cambios en la raíz unitaria se producen alteraciones tendenciales o alteraciones de naturaleza cíclica. Por ello estos modelos son también de interés para analizar el ciclo. En los últimos años, la literatura sobre modelos $I(d^c,m)$ empieza a desarrollarse con rapidez y tres trabajos representativos al respecto son los de Leybourne et al. (1996), Granger y Swanson (1997) y González y Gonzalo (1997), siendo este último el que puede resultar más relevante en la aplicación práctica. En Senra (1998) se comentan los modelos anteriores y se propone uno más sencillo que puede interpretarse como un análisis de intervención sobre la raíz unitaria. Lo importante de los modelos $I(d^c,m)$ con una raíz unitaria cambiante es que a corto y medio plazo generan evoluciones tendenciales de magnitud $h^* = d + m$, pero su largo plazo puede corresponder a tendencias de orden $(h-1)$. Esto se demuestra e ilustra en González y Gonzalo (1997). El resultado es importante, pues un modelo $I(2^c, 0)$ sobre el PIB generará tendencias del tipo $h^*=2$ a corto y medio plazo de acuerdo con las características de los datos observados, pero a muy largo plazo, en el infinito, el modelo es compatible con una tendencia de orden uno, es decir, sin crecimiento. Igualmente un modelo $I(1^c,0)$ sobre los tipos de interés, puede ser compatible con la hipótesis de que en el largo plazo los tipos de interés sean estacionarios y, por tanto, con reversión hacia la media. En Senra (1998) se fundamenta el posible interés de los modelos $I(d^c,m)$ sobre los modelos $I(d,m^s)$. No

obstante, la estimación e inferencia en tales modelos todavía puede presentar problemas no resueltos en la literatura especializada y en lo que sigue el trabajo se ceñirá a modelos $I(d, m^s)$.

III. Modelos para la tendencia del PIB en la economía española.

El comportamiento del PIB resulta ser compatible con procesos $I(1,1^s)$ y con procesos $I(2,0)$. El orden de integrabilidad de las series tiene importantes consecuencias teóricas sobre el largo plazo, tal como se ha discutido en la sección precedente. No obstante, en la práctica, cuando se trabaja en pequeñas muestras, puede resultar imposible distinguir entre procesos $I(2,0)$ y $I(1,1^s)$, por el principio de equivalencia observacional que demuestra Blough (1992). Para avanzar en esta cuestión se han realizado contrastes usuales de raíces unitarias, Dickey-Fuller aumentados incorporando siete retardos y contemplando diferentes componentes determinísticos en el modelo.

Sobre estos contrastes conviene señalar que son válidos, si se conocen con certeza los elementos determinísticos presentes en los modelos. En consecuencia, si el crecimiento del PIB se caracteriza por tener medias segmentadas sin conocimiento exacto de los momentos en los que se producen las segmentaciones, los contrastes anteriores sólo son orientativos si realizándolos bajo diferentes hipótesis de segmentación se obtienen resultados coincidentes. Los resultados obtenidos indican que conviene centrar la discusión sobre el PIB español en modelos $I(2,0)$ e $I(1,1)$ con o sin rupturas en su tasa de crecimiento. La situación más habitual en la práctica cuando se asume una representación a partir de tendencias segmentadas, es suponer conocidos los instantes donde se producen los cambios de tendencia. En general, ese conocimiento no se tiene, pero la presencia de dichos cambios se puede contrastar mediante métodos estadístico-econométricos². Este trabajo se basa en los resultados de Martínez y Espasa (1998(a)), donde se aplican técnicas paramétricas y no paramétricas para determinar tanto la existencia de las rupturas, como su localización. La metodología Box-Jenkins con esquemas de intervención se emplea para completar el análisis. Para realizar el estudio se utiliza el total de la información disponible para esta serie, esto es a partir de 1970:1³.

Para comprender lo que sigue, conviene señalar que los modelos descritos en la sección anterior vienen referidos sobre Y_t y, en la práctica, Y_t suele ser la transformación logarítmica de la variable original, que podemos denominar X_t . A partir de las ecuaciones

² Espasa (1984) encuentra dos rupturas y las relaciona con las dos crisis del petróleo. En este último caso se realiza un detallado estudio univariante, que concluye con un modelo ARMA con medias segmentadas como la mejor representación para la serie $\Delta \log \text{PIB}_t$.

³ Los datos utilizados corresponden a los publicados por el INE al dar a conocer por primera vez el dato correspondiente a 1996:1.

(8) y (9) se deduce que para obtener una primera aproximación sobre si el modelo $I(1,1)$ o $I(1,1^s)$ puede ser adecuado para una determinada variable (expresada en logaritmos) Y_t , conviene transformar ésta del modo

$$\dot{y}_t = Y_t - Y_{t-1}. \quad (10)$$

En (10) \dot{y}_t puede verse como la tasa de crecimiento en el momento t de la variable original X_t .

Si el verdadero modelo es (8) $-I(1,1)$ - la serie temporal correspondiente a \dot{y}_t consistirá en oscilaciones cíclicas - del tipo η_t - alrededor de un valor fijo: b . Asimismo, si el verdadero modelo es $I(1,1^s)$ la serie temporal correspondiente a \dot{y}_t consistirá en oscilaciones sobre segmentos lineales que cambian esporádicamente. Si el verdadero modelo es (7) - $I(2,0)$ - la variable \dot{y}_t no oscila como en los casos anteriores con un soporte sobre un valor fijo b - $I(1,1)$ - o sobre segmentos fijos - modelo $I(1,1^s)$ -. En tal caso, para conseguir una transformación de Y_t con un soporte en su evolución es necesario utilizar

$$y_t = \dot{y}_t - \dot{y}_{t-1} = Y_t - Y_{t-1} - (Y_{t-1} - Y_{t-2}). \quad (11)$$

Si (7) es el modelo verdadero se cumple que

$$y_t = \eta_t. \quad (12)$$

Con lo que y_t oscilará con un soporte sobre un valor fijo que, en este caso, es cero. La variable \dot{y}_t es la primera diferencia de Y_t y es usual representarla por ΔY_t , es decir, $\dot{y}_t = \Delta Y_t$. Del mismo modo, y_t es la primera diferencia de \dot{y}_t o, lo que es lo mismo, la segunda diferencia de Y_t y se suele representar de la forma: $y_t = \Delta^2 Y_t$.

En el gráfico 3.1 se representan las series del $\log PIB_t$, $\Delta \log PIB_t$ y $\Delta^2 \log PIB_t$ respectivamente. La serie $\log PIB_t$ está completamente dominada por su tendencia. El análisis de la serie diferenciada muestra que la media no ha permanecido constante en toda

la muestra, sino que presenta al menos un cambio brusco a principios del año 1974, alrededor de la fecha de la primera crisis del petróleo y fijada en Espasa (1984) en 1974:2. El crecimiento medio trimestral fue del 1.6% entre los años 1970-1974 y de apenas el 0.5% en el resto de la muestra. Este hecho parece indicar que alrededor de la fecha mencionada se ha producido una caída permanente en el crecimiento medio del PIB. En este contexto, bajo el título de primera crisis del petróleo se debe considerar a todo un conjunto de factores que afectaron al PIB en estas fechas. El efecto de la segunda crisis de la energía, para la que su inicio en Espasa (1984) se fecha en 1979:4, no parece ahora con una muestra más allá de 1982 tan importante, ni tampoco queda claro que haya causado una caída permanente sobre el nivel medio de la serie. Por último, otra caída brusca se produce entre los años 1991-1992 y parece que su efecto también ha sido temporal, pudiendo darse por finalizado a principios de 1994. A partir del análisis gráfico se puede conjeturar la existencia de un cambio estructural importante en el año 1974, que supuso una disminución permanente en la tasa de crecimiento del PIB y dos caídas de nivel, posiblemente de carácter transitorio, como consecuencia de las dos crisis posteriores.

Tras la aplicación de una serie de contrastes estadísticos relativamente sofisticados, Martínez y Espasa (1998) confirman la conjetura realizada al final del párrafo anterior. En dicho trabajo se señala la presencia de una observación atípica en el primer trimestre de 1980 –1980:1 sin que exista justificación aparente para ello. Quizás dicha posible anomalía en el PIB es consecuencia de algún aspecto metodológico en la elaboración de los datos del PIB. De hecho revisiones recientes del INE de los datos del PIB introducen cambios importantes en los datos correspondientes a los primeros años de la década de los ochenta. Sobre esto puede verse Predicción y Diagnóstico, nº 23 de 1998.

Es importante señalar, que se están estimando cambios estructurales a nivel univariante. Es probable que considerando a escala global la economía española, es decir, contemplando un número amplio de series y no solamente el PIB, la segunda crisis de la energía tuviese un mayor efecto y que el cambio estructural tuviese que fecharse posteriormente. No obstante, sobre el PIB, se obtiene que aplicando técnicas econométricas la mejor opción para la localización del cambio de tendencia es el año 1974, y el acontecimiento más próximo a esta fecha es la primera crisis de la energía. Por tanto en lo que sigue, se le asignará este nombre al cambio estructural únicamente con el objetivo de

poder referirnos a él de forma simple, si bien queda claro que no se considera a la primera crisis de la energía como la única causa del mencionado cambio tendencial.

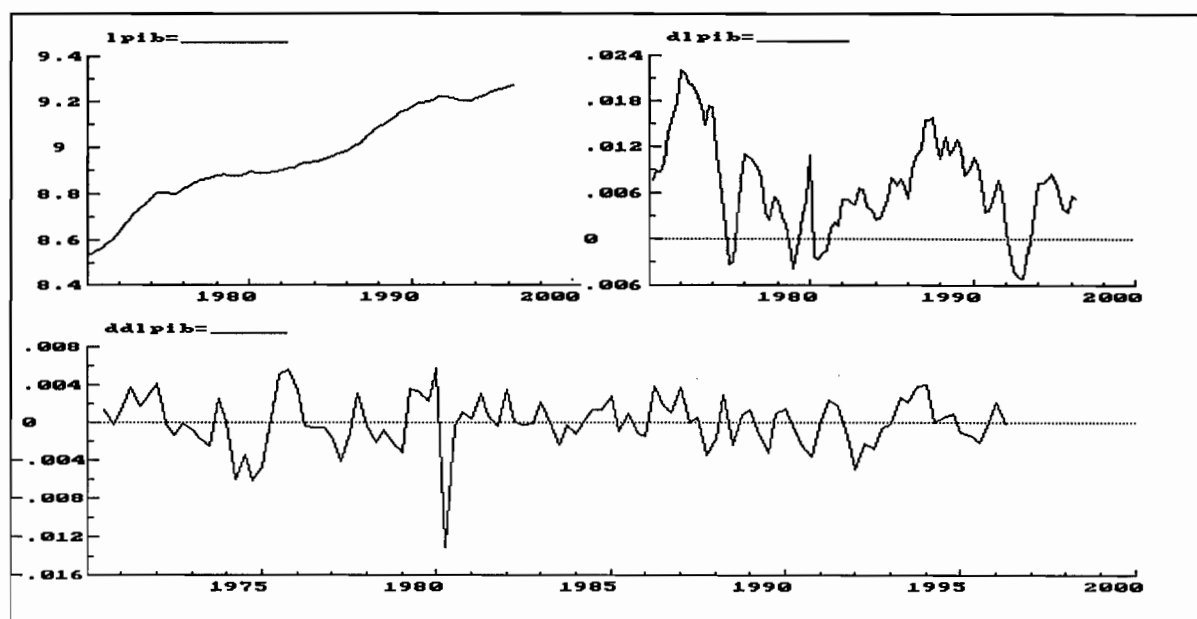


Gráfico 3.1. El PIB español en términos reales a precios de mercado. Serie en logaritmos (*lpib*) y sus primeras (*dlpib*) y segundas (*ddlpib*) diferencias.

Para la serie $y_t = \Delta \log \text{PIB}_t$, se ha estimado un modelo $I(1,1^s)$, que en lo sucesivo se denominará modelo 1, que tiene la siguiente forma:

$$\Delta \log \text{PIB}_t = 0.0113 - 0.00465 \zeta_{742,t} + \eta_t. \quad (13)$$

Este modelo se detalla en el apéndice. En él, el componente cíclico η_t , además de una estructura aleatoria que le es propia según se vio en las ecuaciones (3) a (5), contiene estructuras determinísticas que recogen las caídas bruscas y pasajeras en el crecimiento del PIB al comienzo de la segunda crisis energética y al comienzo de la crisis de principios de esta década. En el componente η_t destaca **un comportamiento aleatorio cíclico de una periodicidad media de 26 trimestres y con una tasa de amortiguamiento del 11% en cada observación**. En Espasa (1984) se encuentra también un ciclo de actividad en una muestra sobre el PIB no agrario a coste de los factores desde 1960 a 1982, aunque su periodicidad es menor, en torno a cuatro años. El parámetro en el modelo (13) correspondiente al retardo de orden nueve, ϕ_9 , causante de este ciclo no es significativo al nivel usual del 5%. En pequeñas muestras, esto no es suficiente para rechazar la presencia

de ciclos relativamente largos en la economía española, porque ciclos con un periodo de 26 trimestres no se pueden estimar bien utilizando muestras de 25 años. Cuando se considera que ϕ no es significativo, entonces un **modelo simplificado** que podría representar adecuadamente los datos con una precisión similar a la del modelo 1 es el esquema

$$y_t = \Delta \log PIB_t = 0.0116 - 0.00507 \zeta_{742,t} + \eta_t^*$$

al que se denomina **modelo 2**. Los valores medios estimados para $\Delta \log PIB_t$ (tasa de crecimiento trimestral del PIB) hasta 1974:1 y desde 1974:2 en adelante es similar en ambos modelos: 1.13% y 0.67% (modelo 1) y 1.16% y 0.66% (modelo 2). Estos dos modelos se pueden considerar satisfactorios para representar al PIB como un proceso $I(1,1^*)$.

Los modelos $I(2,0)$ con dos diferencias, tienen por construcción la característica de ser menos sensibles a cambios estructurales, en particular a los que afectan al valor de la media de largo plazo. A efectos empíricos, en lo que se refiere a la modelización de la serie $\Delta^2 \log PIB$, una opción que representa razonablemente bien los datos es la recogida en el **modelo 3**:

$$y_t = \Delta^2 PIB_t = \eta_t^+.$$

La varianza residual en este modelo es superior a la obtenida para los modelos anteriores, derivándose por tanto un peor ajuste muestral e indicando que el **modelo III** podría rechazarse en favor de los otros dos anteriores. Este modelo se detalla en el apéndice.

Para comparar el comportamiento de los tres modelos en predicción se han estimado a partir de la muestra 1970:1-1993:4 mostrando en todos los casos buena especificación, y se han dejado el resto de observaciones disponibles, las comprendidas entre 1994:1-1996:4, para su evaluación en predicción. En los cuadros 3.1 y 3.2 se muestran los resultados en predicción con uno y cuatros periodos de antelación respectivamente para cada uno de los modelos estimados. Los resultados indican que los modelos continúan siendo estables en el período post-muestral. En resumen, se tiene que

los datos muestran mejor ajuste con los modelos $I(1, I^s)$ que éstos son estables post-muestralmente. Dentro de la clase $I(d, m^s)$ los modelos 1 y 2 presentan ajustes muestrales similares, marginalmente el ajuste del modelo 1 tiene menor varianza residual en las dos muestras consideradas en la estimación. En la predicción con un periodo de antelación se obtienen también resultados similares: una desviación típica de 0.12%. En la predicción a un horizonte mayor, cuatro periodos, el modelo 2 tiene mejor comportamiento y puede tomarse como modelo preferible en dicho sentido. No obstante, conviene resaltar la propiedad cíclica con una periodicidad alta, más de seis años, que se recoge en el modelo 1. Este tipo de periodicidades en muestras de poco más de veinte años se estiman mal y, en consecuencia, los modelos que las incluyen no son necesariamente aquellos que mejor predicen, pero ponen de manifiesto una posible característica de los datos que puede resultar de gran interés en análisis cuantitativos distintos al de predicción.

Con un modelo $I(1, I^s)$ se pueden explicar los resultados del modelo $I(2, 0)$ - principio de comprensión ("encompassing")- en el sentido de que la segunda raíz de este último aproxima el efecto de las medias segmentadas y las estructuras cíclicas determinísticas que hay en el primero. Con el modelo $I(1, I^s)$ se ha obtenido que la tasa de crecimiento del PIB en la economía española sigue un modelo de media segmentada con un comportamiento estacionario y cíclico sobre la misma. La estructura de media segmentada admite la interpretación de que el crecimiento del PIB a largo plazo tiene naturaleza estocástica, pero las perturbaciones que cambian su valor de largo plazo sólo se producen de tanto en tanto. La segmentación obtenida muestra que el nivel de crecimiento se ve afectado también por cambios transitorios que pueden ser referidos a la situación cíclica de la variable, ambos aspectos pueden resultar apropiados para una interpretación económica de la evolución del PIB.

El crecimiento del PIB tiene una evolución cíclica evidente y, es probable además, que su comportamiento dinámico sea dependiente de la situación cíclica, resultando con ello un comportamiento asimétrico del PIB en las diferentes fases del ciclo. Este hecho no puede ser tenido en cuenta por un modelo lineal. Una clase de modelos no lineales capaces de representar este tipo de comportamientos son los modelos TAR, que se analizan más adelante.

Cuadro 3.1. Evaluación de Predicciones con un período de antelación (1994:1-1996:4).				
Fecha	Observado	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
1994: I	0.006076	0.006645	0.006780	0.003779
II	0.006928	0.005643	0.006846	0.006743
III	0.008286	0.007808	0.008703	0.006492
IV	0.008660	0.008671	0.005951	0.008715
1995: I	0.007575	0.009479	0.005484	0.007642
II	0.006308	0.007389	0.008195	0.007012
III	0.004231	0.006030	0.005523	0.005264
IV	0.003507	0.003755	0.004300	0.003243
1996: I	0.005898	0.003970	0.003024	0.003616
II	0.005863	0.007295	0.007962	0.007397
III	0.006110	0.005937	0.005436	0.005282
IV	0.007771	0.006474	0.006889	0.006629
Desv. Típica fuera de muestra		0.001210	0.001181	0.001204
Desv. Típica en muestra		0.001741	0.001807	0.002197

Cuadro 3.2. Evaluación de Predicciones con cuatro períodos de antelación (1994:4-1996:4).				
Fecha	Observado	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
1994: IV	0.008660	0.00710	0.00530	0.00181
1995: I	0.007575	0.00726	0.00547	0.00471
II	0.006308	0.00910	0.00669	0.00449
III	0.004231	0.00964	0.00578	0.00678
IV	0.003507	0.00951	0.00621	0.00638
1996: I	0.005898	0.00783	0.00776	0.00621
II	0.005863	0.00693	0.00620	0.00518
III	0.006110	0.00600	0.00574	0.00377
IV	0.007771	0.00570	0.00547	0.00427
$\sqrt{ECM} *$		0.003071	0.001960	0.003188
Desv. Típica en muestra		0.004556	0.004185	0.006356
(*)ECM=Error Cuadrático Medio				

IV. Modelos cuantitativos y ciclos de actividad en las variables macroeconómicas.

Además de posibles truncamientos tendenciales, es frecuente que variables macroeconómicas como el PIB registren importantes cambios en su nivel que están asociados a los ciclos de actividad económica. Para el **componente cíclico en los modelos 1 y 2 de la sección anterior** se comentó, sin entrar en detalles, que incluían estructuras determinísticas pasajeras que captaban esos cambios bruscos en la tasa de crecimiento del PIB al principio de las dos últimas crisis. En tales casos, debido entre otras cosas a que en los ciclos económicos no se da una estructura simétrica, conviene modelizar el comportamiento cíclico mediante estructuras no lineales. **Los modelos con regímenes cambiantes constituyen una clase muy amplia de modelos no lineales que está resultando útil para representar series macroeconómicas.** La literatura econométrica sobre estos modelos se remonta al menos al trabajo de Quandt (1958) y Goldfeld y Quandt (1972), y ha cogido un auge especial tras la aparición de los trabajos de Tong y Lim (1980), sobre modelos autorregresivos por umbrales, y de Hamilton (1989), sobre modelos con esquemas markovianos de cambio. Los modelos con regímenes cambiantes incluyen una variable indicador que señala en que régimen se encuentra el sistema en cada momento. Además, se pueden clasificar según el carácter endógeno o exógeno de los cambios y según que la variable indicador sea o no observable.

En el modelo de Hamilton, los cambios se producen exógenamente a través de una variable de estado que no se observa, pero sobre la que se postula que sigue un esquema markoviano con dos regímenes y probabilidades fijas de transición de uno a otro. Posteriormente, han aparecido un buen número de trabajos ampliando el modelo de Hamilton en cuanto al número de fases, Sichel (1994), en cuanto a las probabilidades de transición, Filardo (1994), Durland y McCurdy (1994), etc., en cuanto a su aplicación a la varianza condicional, Cai (1994), Francq y Roussignol (1997) etc., en su conexión con modelos de factores dinámicos, Diebold y Rudebush (1996), y en otras varias direcciones. Estos modelos con esquemas markovianos de cambio son muy sugestivos, pero la estimación e inferencia en ellos debido a la no observabilidad de la variable estado, resulta compleja, o incluso no está resuelta. Este es el caso cuando el modelo inicial de Hamilton se amplía en varias direcciones a la vez, aspecto que parece necesario para el tratamiento

de los datos económicos (véase, por ejemplo, Goodwin (1993)). Por ello, resulta de interés contemplar modelos que, manteniendo la idea de que el nivel y estructura temporal en un fenómeno económico dependan de la fase cíclica en la que éste se encuentre, sean más simples de especificar y estimar. Entre estas alternativas se encuentran los **modelos autorregresivos por umbrales, TAR**. Dentro de los modelos TAR, aquéllos en los que la variable indicador depende de los propios retardos de la variable endógena se les denomina **autoprovocados (SETAR)**, y son los que han recibido mayor atención, aunque sólo sea por la enorme comodidad que supone no tener que buscar las variables exógenas de las que puede depender el indicador.

La aplicación de los modelos SETAR a series macroeconómicas se centró inicialmente en modelos con dos regímenes, en los que el indicador dependía de un retardo d de la variable endógena. No obstante, al igual que en el caso de modelos con esquemas markovianos de cambio, se ha ido viendo la necesidad de ampliar el número de regímenes cuando se trata con series macroeconómicas. En esta ampliación se han seguido básicamente dos direcciones. Una, representada por Tiao y Tsay (1994), T-T en adelante, en la que el mayor número de regímenes -cuatro en su caso- se definen a partir de un indicador que es función de más de un retardo. Otra, la empleada en Beaudry y Koop (1993) y desarrollada con gran amplitud en Pesaran y Potter (1997), P-P en adelante. En esta última orientación, el número de regímenes puede ser bastante amplio, pero al coste de imponer fuertes restricciones entre los regímenes. En el caso de P-P, la variable indicador depende de parámetros que necesitan ser estimados junto con los parámetros del modelo, lo cual deriva en una complicación computacional apreciable.

Es posible señalar una motivación común en los trabajos de T-T y P-P consistente en la pretensión de definir los diferentes regímenes, en función de lo que se considera que son las características básicas de crecimiento de las series macroeconómicas en las distintas fases cíclicas. Esta vinculación común, hace que ambos modelos estén mucho más próximos entre sí de lo que parece inicialmente. Sin embargo, la estimación del modelo de T-T es muchísimo más simple que la de P-P. Ambos trabajos se aplican sobre el PIB de EEUU y obtienen resultados similares. Además, en ambos se ha puesto especial cuidado en captar el hecho de cambio de signo en la media de la tasa de crecimiento al pasar de un régimen de desaceleración a uno de recesión. **En conclusión, se puede decir que enfoques no lineales diferentes – Hamilton (1989), Tiao y Tsay (1994) y Pesaran y Potter (1997)-**

parecen dar resultados similares, con lo que posiblemente, al menos para la serie mencionada, se trata de aproximaciones equivalentes del universo no lineal que se pretende modelizar. Recientemente Hess y Iwata (1997) presentan evidencia de que los modelos TAR sin restricciones entre regímenes y los modelos de Hamilton recogen mejor las características cíclicas del PIB de EEUU que el modelo de P-P.

De lo que anterior se deriva, que un modelo TAR sobre las primeras diferencias del PIB con posibles segmentaciones en los niveles medios constituye un esquema sencillo, pero con suficiente flexibilidad, para captar lo que pueden ser los principales aspectos no lineales presentes en la tendencia y componente cíclico de dicha variable. El operador de primeras diferencias junto con la segmentación en la media de la serie diferenciada, permiten recoger una evolución tendencial que siendo no lineal sí que lo es a grandes tramos. Sobre la utilidad de la aproximación lineal en economía, existe bastante consenso de que sin dar siempre una explicación adecuada de los datos da “una buena primera aproximación del mundo real” (véase Tong (1990), pag.7), por eso ha sido universalmente empleada durante más de seis décadas. Las tendencias de las variables económicas suelen desviarse del esquema lineal por recoger truncamientos bruscos en su evolución ligados a importantes avances tecnológicos, guerras, crisis internacionales, cambios sociopolíticos importantes, etc. (véase Granger 1993 pag. 310) y eso se puede aproximar mediante los modelos integrados $I(1,1^s)$ de las secciones anteriores.

El componente cíclico de variables como el PIB español suele tener comportamientos no lineales más sofisticados que los señalados para la tendencia, debido a la falta de simetría entre una recesión y una recuperación. Este tipo de comportamientos, tal y como se ha discutido anteriormente, puede aproximarse mediante modelos TAR.

El objetivo de esta parte del trabajo es presentar el análisis univariante no lineal sobre el PIB español recogido en Martínez y Espasa (1998(a)). El trabajo se sitúa sobre un esquema bastante general como son los modelos TAR sobre series diferenciadas con medias segmentadas y pretende demostrar, que este tipo de modelos son adecuados para representar las características del PIB español con estructuras que resultan más congruentes con ciertos requerimientos de la teoría económica como: (a) crecimiento estocástico y con cambios permanentes esporádicos e incertidumbre futura acotada, (b) asimetría en la evolución cíclica, etc.

Uno de los aspectos de interés de los modelos univariantes es que facilitan una descripción sencilla de las características tendenciales, cíclicas y erráticas de la variable en cuestión. Pero para que tal descripción sea mínimamente aceptable, los modelos deben alejarse de la hipótesis lineal cuando los datos lo requieran. En la práctica econométrica está muy asentado que para construir un modelo se proceda de un esquema general a uno más particular para los datos en cuestión. No obstante, toda esta orientación está concebida para universos supuestamente lineales, ya que en tal caso aproximar de partida un esquema general es relativamente factible. Cuando se contempla la posibilidad de universos no lineales, una aproximación aceptable del esquema general no es factible y entonces el procedimiento aconsejable es de lo particular (lineal) a lo general (algún tipo de esquema no-lineal). De modo, que detectando los fallos que estructuras lineales (particulares) tienen en los datos empleados, se puede apreciar una dirección de progreso específica (algún esquema no lineal), pero en absoluto general, que englobe la hipótesis de partida que resulta inadecuada. En este trabajo, procediendo de lo particular a lo general, se entra en un esquema no lineal – modelos TAR autoprovocados sobre series diferenciadas con medias segmentadas-. Este es suficientemente amplio para captar lo que se creen que son las principales características no lineales de la tendencia y componente cíclico del PIB, ya discutidas anteriormente.

Un modelo autorregresivo por umbrales (TAR) para una variable X_t , es un modelo autorregresivo en el que sus parámetros varían de acuerdo con los valores de una función, que se puede denominar indicador, sobre un número finito de retardos de una variable aleatoria Z_t . En el caso general en que X_t y Z_t sean variables diferentes se dice que el modelo TAR tiene provocación externa, y si $X_t = Z_t$ que está autoprovocado (SETAR). Normalmente la función indicador se restringe a que sea el retardo d de la variable endógena, es decir X_{t-d} . En tal caso, un modelo SETAR con l regímenes de ordenes autorregresivos k_1, k_2, \dots, k_l se puede representar como:

$$X_t = b^{(h)} + \phi_1^{(h)} X_{t-1} + \phi_2^{(h)} X_{t-2} + \dots + \phi_p^{(h)} X_{t-k} + \varepsilon_t^{(h)}, \quad \text{si } X_{t-d} \in R^{(h)}, \quad h = 1, 2, \dots, l. \quad (14)$$

donde $R^{(1)}, \dots, R^{(l)}$ representan los diferentes regímenes a los que puede pertenecer una observación X_t . Si (14) se formula para $X_t = y_t = \Delta \log PIB_t$, el modelo resultante es del tipo $I(1, 1^s)$ con una estructura no lineal para captar la evolución cíclica del PIB.

V. Un modelo TAR para el PIB español.

El procedimiento ideal para determinar los distintos regímenes vinculados a la evolución cíclica del PIB, podría basarse en los máximos y mínimos relevantes de la serie correspondiente a sus tasas de crecimiento trimestrales. Así, si estos puntos extremos fuesen conocidos, se podría diferenciar al menos las siguientes situaciones: una fase de debilitamiento entre un máximo y el siguiente cero, una fase de recesión entre este cero y siguiente mínimo, y una fase de recuperación-expansión entre este mínimo y el siguiente máximo. Además, podría ser relevante distinguir dentro de esta última, entre recuperación, observaciones entre el mínimo y cero, y expansión caracterizando a las observaciones comprendidas entre cero y el máximo. El problema de este enfoque es que los máximos y mínimos relevantes no se conocen con lo que habría que estimarlos. La alternativa es establecer unos criterios de crecimiento negativo, crecimiento acelerado y desacelerado en función de los datos. Las opciones que se podrían plantear son las siguientes. Una posibilidad sería definir la situación en t como función de algún indicador adelantado. Esta opción es de gran interés, pero determinar un indicador de tales características para variables como el PIB trimestral es realmente complejo, pues tal indicador tendrá que definirse sobre un número grande de variables. La solución por la que se opta en Martínez y Espasa (1998(a)) es definir la situación en t en función de información sobre el PIB conocida en $t-1$. Esta solución es similar a la seguida por otros autores en contextos diferentes, véase por ejemplo, Engle y Smith (1997). Dichos autores reconocen el inconveniente que supone poder estar detectando el régimen correspondiente con un periodo de retraso, pero son rotundos señalando que eso puede ser preferible que la sobreparametrización que puede suponer el empleo de un indicador adelantado que, como en general será el caso, dependa de muchas variables. En esta línea, T-T proponen incorporar en la definición de los distintos regímenes información sobre el crecimiento relativo del PIB hasta el periodo anterior. Estos autores proponen **un modelo TAR para el crecimiento trimestral del PIB de EEUU considerando cuatro regímenes**:

- Régimen 1. $\dot{y}_{t-1} \leq \dot{y}_{t-2} \leq 0$. Este régimen denota en $t-1$ un período de recesión, es decir, con tasas de variación trimestral no positivas, que se mantienen en valores absolutos iguales o mayores que en el periodo anterior $t-2$.

- Régimen 2. $\dot{y}_{t-1} > \dot{y}_{t-2}$ con $\dot{y}_{t-2} \leq 0$. La economía en $t-1$ está en recesión pero mejorando.
- Régimen 3. $\dot{y}_{t-1} \leq \dot{y}_{t-2}$ con $\dot{y}_{t-2} > 0$. Este régimen corresponde a un período en el que la economía está creciendo de forma desacelerada.
- Régimen 4. $\dot{y}_{t-1} > \dot{y}_{t-2} > 0$. La economía está en un período de expansión o crecimiento acelerado.

Esta definición es atractiva y razonable, pero su aplicación a la economía española no es recomendable. Por un lado, en este caso las observaciones correspondientes a los dos primeros regímenes son muy escasas, con cuatro y diez datos respectivamente. Por otro, hay demasiada alternancia entre los regímenes III y IV, que no parece vinculada a razones económicas sino simplemente a la erraticidad con que se miden los datos. Además, dado que la muestra sólo está disponible a partir de 1970 y que se pierden algunas observaciones con la diferenciación de la serie y la clasificación de las primeras observaciones, considerar cuatro regímenes distintos parece excesivo con la información disponible.

La opción de trabajar con tres regímenes distintos podría ser suficiente para caracterizar los ciclos en el crecimiento del PIB español. Cuando se consideran tres regímenes, la caracterización que parece útil es la de: (I) régimen de recesión, (II) régimen de recuperación y crecimiento acelerado y (III) régimen de crecimiento desacelerado. La equivalencia entre estos tres regímenes y los de la definición anterior es clara en cuanto a que el régimen 1 pertenece al de recesión (I), el régimen 4 al de recuperación y crecimiento acelerado (II) y el 3 al de crecimiento desacelerado (III), pero se plantea el problema de cómo asignar las observaciones del régimen II. Para resolverlo es necesario introducir un criterio de recuperación de modo que si no se supera se está en recesión (régimen I) y, en caso contrario, se está en el régimen II. Con ello, el crecimiento negativo en $t-1$ ha de ser asociado, en general, con recesión en t , pero también puede ser relevante la diferencia entre el crecimiento en los instantes $t-1$ y $t-2$. Así, si $\dot{y}_{t-2} \geq 0$ con $\dot{y}_{t-1} < 0$, entonces la observación t se incluirá, tal y como se ha señalado, en el régimen de recesión. Es también claro que si $\dot{y}_{t-2} < 0$ con $\dot{y}_{t-1} < \dot{y}_{t-2}$, el régimen en t se clasificará como de recesión. Pero si ocurre que $\dot{y}_{t-2} < 0$ con $0 > \dot{y}_{t-1} > \dot{y}_{t-2}$, la calificación de recesión en t dependerá de que la magnitud de la recuperación experimentada en $t-1$, sea o

no suficiente para determinar que en $t-2$ se produjo un mínimo relevante. Teniendo esto en cuenta para la definición de un régimen de recesión, se propone la siguiente familia de modelos TAR que dan una caracterización razonable del componente cíclico:

- Régimen I: $y_{t-1} < 0$ e $y_{t-1} < y_{t-2} + A$, con $A > 0$. Este régimen caracteriza una situación de recesión, en línea con lo discutido anteriormente. La idea es que $(0 > y_{t-1} \geq y_{t-2} + A)$ sea un suceso poco probable si la observación $t-1$ está realmente asociada a recesión.
- Régimen II: $0 \leq y_{t-1} < (y_{t-2} + y_{t-3} + y_{t-4} + y_{t-5})/4$, con $y_{t-2} > 0$. En esta fase la economía está creciendo, pero desacelerándose. La diferencia entre esta definición y la que proponen Tiao y Tsay (1994) radica en la introducción de una media móvil, con lo que se fija de forma más estable el valor con el que hay que comparar la tasa de crecimiento en $t-1$.
- Régimen III: En caso contrario. Este régimen se corresponde con un período donde la economía está en $t-1$ en una fase de crecimiento acelerado o, encontrándose en recesión, está cambiando a mejor, al menos se ha producido una recuperación de magnitud A .

En la especificación de este modelo quedaría por discutir el valor adecuado de A . Se podría esperar a priori que A no fuese muy elevado. Dado que existe un rango estrecho de valores de A que determinen distintas clasificaciones de los datos (véase el cuadro 5.1), parece razonable elegir a aquel valor que proporciona un mejor ajuste. Otra opción es fijar a priori un valor de A en una cantidad tal que sea razonable pensar que en $t-2$ se produjo un mínimo relevante. Los resultados que se obtienen con la aplicación de las dos estrategias propuestas en la determinación de A se muestran a continuación.

Cuadro 5.1. Observaciones del régimen I de acuerdo con distintos valores de A .	
Valores de A	Observaciones en el régimen I
$A=0$	75:2, 79:1, 79:2, 80:3, 80:4, 92:3, 92:4, 93:1
$A=0.00030$	Anteriores ($A=0$) y 81:2
$A=0.00033$	Anteriores ($A=0.00030$) y 75:3
$A=0.00054$	Anteriores ($A=0.00033$) y 93:2
$A=0.00094$	Anteriores ($A=0.00054$) y 81:1
$A=0.0031$	Anteriores ($A=0.00094$) y 93:3

(i) A se obtiene a partir de un criterio de ajuste.

Tanteando con distintos valores de A , el mejor ajuste se obtiene con $0 \leq A < 0.0003$. Para este conjunto de valores de A , la clasificación de las observaciones de la muestra considerada no varía y dado el despreciable rango de valores posibles, puede considerarse el valor de $A=0$ como la solución del problema de estimación. Cuando A toma el valor cero el modelo se simplifica ligeramente en su definición resultando:

- Régimen I: $\dot{y}_{t-1} < 0$, con $\dot{y}_{t-2} > \dot{y}_{t-1}$.
- Régimen II: $0 \leq \dot{y}_{t-1} < (\dot{y}_{t-2} + \dot{y}_{t-3} + \dot{y}_{t-4} + \dot{y}_{t-5})/4$, con $\dot{y}_{t-2} > 0$.
- Régimen III: En caso contrario.

Con la aplicación del criterio de ajuste en la determinación de A se obtiene que, siendo \dot{y}_{t-1} negativo, con cualquier variación al alza de \dot{y}_{t-1} sobre \dot{y}_{t-2} , por pequeña e insignificante que sea, ha concluido la recesión. Es decir, con el criterio de ajuste para determinar A y con los datos disponibles sobre el PIB se obtiene que de una recesión se sale necesariamente más o menos pronto, por el mero azar, sin que sean la dinámica del sistema o la aparición de un impacto positivo cualificado los factores que determinen el cambio de régimen. La definición de los regímenes con este valor de A , que se representan en el gráfico 5.1, ha de considerarse poco apropiada. Así, observaciones como 1975:3, 1981:1-2 y 1993:2 se califican como pertenecientes a un régimen de expansión, mientras que con información exclusiva de su pasado no hay base para ello, compárense gráficos 5.1 y 5.2. Este problema de obtener estimaciones inadecuadas de A con muestras tan pequeñas para

dicho fin, pone de manifiesto el interés que tiene investigar la posibilidad de definir los regímenes cíclicos en función de indicadores adelantados.

El modelo TAR que se obtiene con la clasificación mencionada, $A=0$, es⁴:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{y}_t = -0.0031 + 0.15 \hat{y}_{t-1} + a_{1t} \quad (\sigma_1 = 0.0016) \text{ Régimen I} \\ \quad \quad \quad (-2.19) \quad \quad (0.38) \\ \hat{y}_t = 0.89 \hat{y}_{t-1} + a_{2t} \quad (\sigma_2 = 0.0023) \text{ Régimen II} \\ \quad \quad \quad (22.77) \\ \hat{y}_t = 0.0011 + 1.40 \hat{y}_{t-1} - 0.64 \hat{y}_{t-2} + 0.23 \hat{y}_{t-3} \\ \quad \quad \quad (2.44) \quad (9.62) \quad (-3.16) \quad (1.64) \\ \quad - 0.25 \hat{y}_{t-4} + 0.18 \hat{y}_{t-5} - 0.015 I802_t + a_{3t} \quad (\sigma_3 = 0.0017) \text{ Régimen III} \\ \quad \quad \quad (-2.05) \quad (2.21) \quad (-9.57) \end{array} \right.$$

$I802$ es una variable binaria con valor uno en el trimestre 1980:2 y cero en los demás, para corregir la observación atípica mencionada anteriormente.

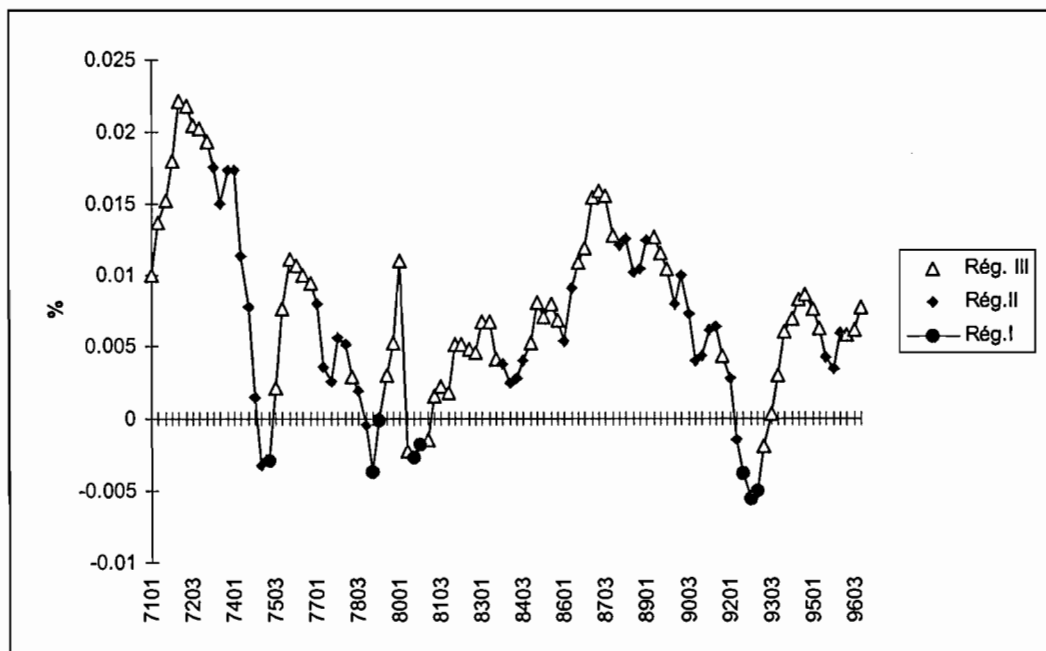


Gráfico 5.1. Evolución del crecimiento trimestral del PIB a partir de los tres regímenes definidos. $A=0$.

El número de observaciones en cada régimen son 8, 40 y 54 respectivamente (véase gráfico 5.1)⁵. La observación correspondiente a 1980:2, perteneciente al régimen III, se tiene que intervenir mediante una variable de tipo impulso sobre la variable \hat{y}_t .

⁴Entre paréntesis aparecen los t-valores correspondientes a cada parámetro.

El modelo para y_t muestra un comportamiento muy distinto en cada uno de los regímenes. En el régimen III el crecimiento trimestral del PIB sigue un proceso AR(5) estacionario con cuatro raíces complejas, indicando un comportamiento cíclico. Los períodos asociados a cada par de raíces complejas son 6.20 y 8.96 trimestres respectivamente. El crecimiento medio en este régimen para el PIB se sitúa en torno a un 5.5% por año. El modelo del régimen II no tiene el término constante significativo (t -valor < 0.5), no obstante tiende a tener una media condicional positiva en esta fase, dado que las observaciones correspondientes al régimen II vienen siguiendo a observaciones que proceden del régimen III. El crecimiento trimestral medio condicional decae exponencialmente a una tasa del 11% hacia cero. Es importante señalar la mayor varianza que se encuentra en el régimen II, indicando un comportamiento heterocedástico del PIB. La varianza es dependiente de la situación cíclica. La fase de contracción está caracterizada por un crecimiento medio negativo con una estructura dinámica, que con la muestra empleada no resulta ser estadísticamente significativa según los criterios usuales. En cualquier caso, esa dinámica lleva a mantener tasas de variación negativas.

Una cuestión importante queda todavía por discutir, el alto crecimiento medio interanual del 5.5% que muestra el modelo en el Régimen III puede ser excesivo. Este hecho pudiera deberse a las elevadas tasas de crecimiento ocurridas a principios de los setenta. El efecto de un posible cambio tendencial en el año 1974 no se ha tenido en cuenta. De no existir cambio tendencial, el modelo debería mostrar estabilidad durante esa crisis, en particular en las observaciones próximas a 1974:2. Los regímenes con observaciones anteriores a esta fecha son el II y III, especialmente el III, ya que el segundo no tiene media significativa. El modelo requiere la inclusión de una variable artificial de tipo escalón a partir de 1974:2 para conseguir estabilidad, ninguna otra intervención es necesaria⁶. La estimación del modelo con una media segmentada a partir de 1974:2 es la siguiente:

⁵Las diez observaciones que pertenecían al régimen 2 según la definición de T-T se encuentran ahora en el régimen III.

⁶En el régimen II el modelo se muestra satisfactoriamente estable en toda la muestra. Una intervención equivalente a la establecida para el régimen III no resulta significativa en el régimen II.

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{y}_t = -0.003 + 0.15 \hat{y}_{t-1} + a_{1t} \quad (\sigma_1 = 0.0016) \text{ Régimen I} \\ \hat{y}_t = 0.89 \hat{y}_{t-1} + a_{2t} \quad (\sigma_2 = 0.0023) \text{ Régimen II} \\ \hat{y}_t = 0.004 - 0.0026 \zeta 742_t + 1.25 \hat{y}_{t-1} - 0.57 \hat{y}_{t-2} \\ \quad + 0.23 \hat{y}_{t-3} - 0.22 \hat{y}_{t-4} + 0.13 \hat{y}_{t-5} - 0.0146 I 802_t + a_{3t} \quad (\sigma_3 = 0.0014) \text{ Régimen III} \end{array} \right.$$

La desviación típica residual global del modelo final es 0.00184. Sobre la base de los resultados se confirma el carácter excepcional del cambio estructural de 1994, etiquetado como la primera crisis de la energía, que alteró el crecimiento a largo plazo del PIB disminuyéndolo considerablemente, suponiendo un importante cambio estructural. El crecimiento medio en el régimen III es de un 3.15% anual a partir de 1974:2, una vez que se ha tenido en cuenta el efecto de la crisis.

(ii) El valor de A se fija a priori.

Habiendo visto los inconvenientes de estimar A cuando el número de observaciones afectadas por su valor es muy pequeño, es recomendable poner la atención en un modelo que fije el valor de A de antemano en una magnitud, ciertamente mayor que cero, que permita con mayor fiabilidad establecer que cuando se cumpla que $\{0 > \hat{y}_{t-1} > \hat{y}_{t-2} + A\}$ se ha producido un punto de giro en la recesión. Suponiendo que \hat{y}_{t-1} e \hat{y}_{t-2} pertenecen al régimen I se tiene

$$p(0 > \hat{y}_{t-1} > \hat{y}_{t-2} + A) < p(\hat{y}_{t-1} > \hat{y}_{t-2} + A) = p(\Delta \hat{y}_{t-1} > A).$$

Dada la desviación estándar residual del régimen I estimada en el modelo anterior en 0.0016, y con un valor de $A=0.0020$, la probabilidad de que permaneciendo realmente en recesión se cumpla $p(0 > \hat{y}_{t-1} > \hat{y}_{t-2} + A)$ es inferior al 10%. Si realmente la economía permanece en recesión en la observación t, el suceso $\{0 > \hat{y}_{t-1} > \hat{y}_{t-2} + 0.0020\}$ es raro. Por tanto, puede tomarse como razonable dicho valor de A. La determinación de los regímenes con este nuevo criterio se representa en el gráfico 5.2. Realizada la clasificación de los datos muestrales con el valor $A=0.0020$ se observa que la clasificación no cambia para cualquier valor de A en el intervalo $[0.00094, 0.0031)$. Además, con $A \geq 0.0031$ sólo cambia la clasificación de una observación, 1993:3, que pasa del régimen III ($A=0.0020$) al

definición poco apropiada del régimen de recesión, que sólo con información pasada de la variable no puede justificarse. Por otro lado, el resultado evidencia que con el apoyo de información adicional, indicadores adelantados, quizás podría apoyarse la clasificación de las observaciones obtenida con $A=0$ y la estimación obtenida con $A=0$ resultaría ser más fiable que la obtenida con $A=0.0020$.

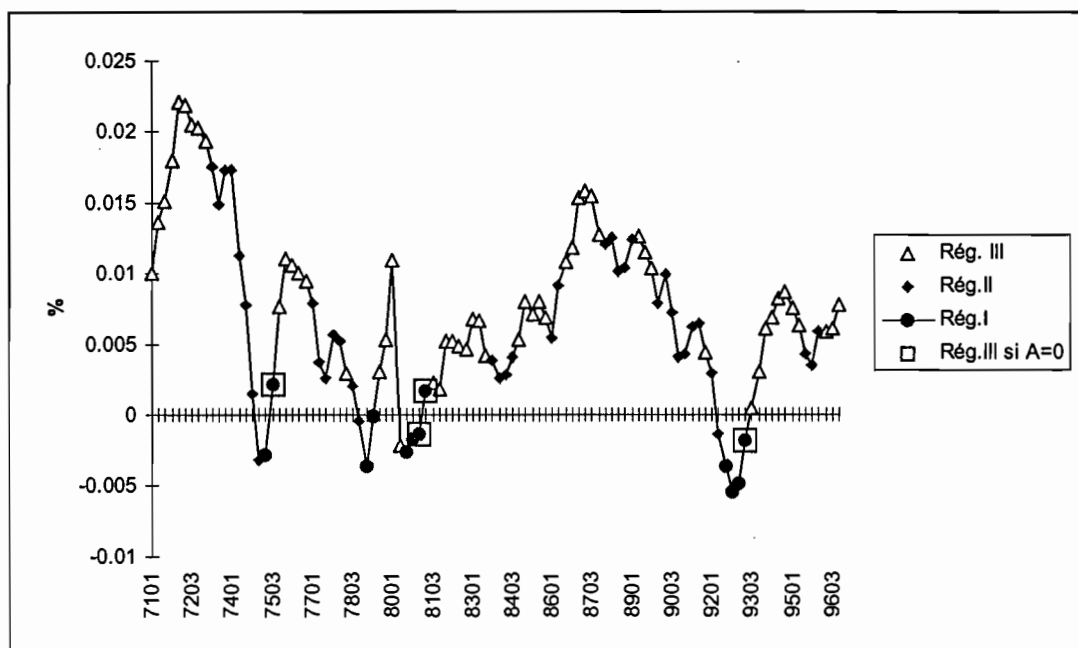


Gráfico 5.2. Evolución del crecimiento trimestral del PIB a partir de los regímenes definidos. $A=0.002$.

El comportamiento en predicción de los dos modelos no lineales estimados puede seguirse en los cuadros 5.2 y 5.3. Las predicciones con 4 periodos de antelación para el modelo TAR con tres regímenes se han obtenido de dos formas. Por un lado, a partir de una única realización, lo que se corresponde con predicciones clásicas y, por otro, mediante la realización de 1000 simulaciones en cada periodo. El valor medio de estas 1000 simulaciones se considera como la predicción⁷. Dada la poca diferencia entre las predicciones realizadas por los modelos con $A=0$ y $A=0.0020$, en el cuadro 5.3 se han omitido las realizadas con el primero de ellos. Los modelos TAR pueden competir con los modelos $I(1,1^s)$ e $I(2,0)$ en predicción. En particular el modelo TAR con tres regímenes muestra muy buenas propiedades tanto a corto como a medio plazo, incluso mejorando la predicción que se obtiene con las formulaciones lineales.

⁷Véase Clements y Smith (1997) para una evaluación de los distintos métodos de predicción con modelos SETAR.

Cuadro 5.2. Evaluación de Predicciones con 1 período de antelación (1994:1-1996:4).				
Fecha	Observado	TAR(2)	TAR(3), A=0	TAR(3), A=0.002
1994: I	0.006076	0.00447	0.00489	0.00548
II	0.006928	0.00722	0.00711	0.00739
III	0.008286	0.00750	0.00695	0.00722
IV	0.008660	0.00868	0.00858	0.00878
1995: I	0.007575	0.00867	0.00815	0.00788
II	0.006308	0.00692	0.00711	0.00693
III	0.004231	0.00565	0.00518	0.00562
IV	0.003507	0.00331	0.00326	0.00377
1996: I	0.005898	0.00330	0.00258	0.00312
II	0.005863	0.00703	0.00735	0.00696
III	0.006110	0.00583	0.00607	0.00602
IV	0.007771	0.00669	0.00683	0.00706
Desv. Típica fuera de muestra		0.001119	0.001197	0.00106
Desv. Típica en muestra		0.001977	0.001812	0.00210
(.)Número de regímenes				

Cuadro 5.3. Evaluación de Predicciones con 4 períodos de antelación (1994:4-1996:4).				
Fecha	Observado	TAR(2)	TAR(3), A=0.002	TAR(3), A=0.002 *
1994: IV	0.008660	0.00778	0.00722	0.00609
1995: I	0.007575	0.00823	0.00730	0.00690
II	0.006308	0.00770	0.00600	0.00704
III	0.004231	0.00813	0.00665	0.00652
IV	0.003507	0.00800	0.00581	0.00535
1996: I	0.005898	0.00612	0.00489	0.00370
II	0.005863	0.00519	0.00396	0.00391
III	0.006110	0.00333	0.00271	0.00453
IV	0.007771	0.00477	0.00222	0.00536
\sqrt{ECM}		0.002469	0.002510	0.001900
(.)Número de regímenes				
* Obtenido por simulación				

Los resultados anteriores indican que el PIB español puede representarse mediante un modelo univariante que recoge comportamientos no lineales en la tendencia y en el componente cíclico. En el primer caso, se trata de un truncamiento permanente en la media de la tasa de crecimiento con ocasión de la primera crisis energética. En el segundo, de niveles medios, dependencia dinámica y varianza residual diferentes según las tres fases cíclicas especificadas. La estimación del modelo

no lineal se enfrenta con el inconveniente de que existen muy pocas observaciones correspondientes a una etapa de recesión que, independientemente de la definición precisa que se adopte, está relacionada con tasas de variación negativas. En consecuencia, los parámetros del modelo en dicho régimen, incluido el parámetro A empleado en su definición se estiman mal.

A pesar de lo anterior, de las estimaciones obtenidas con el modelo TAR, independientemente del valor considerado para A , se desprenden características de interés para el PIB español. En primer lugar, los ciclos no son simétricos. Las desaceleraciones son suaves, mientras que las recuperaciones son oscilantes con ciclos cortos. **Segundo**, las innovaciones del PIB no son homocedásticas, encontrándose menor varianza en las recuperaciones. Este hecho implica que los residuos obtenidos con los modelos lineales $I(I, I^s)$ son heterocedásticos. En efecto, cuando estos errores se clasifican por regímenes, siguiendo los criterios propuestos para $A=0$ y $A=0.0020$, la hipótesis de igualdad de varianzas en los regímenes II y III puede rechazarse al 99% y 95% para $A=0$ y $A=0.002$ respectivamente. **Tercero**, las desaceleraciones tienden a una situación de crecimiento nulo, por lo que en las recesiones no se entra por la dinámica del sistema sino por una perturbación negativa. **Cuarto**, en la fase de recesión no existe una dinámica que favorezca la salida de la misma. Así pues, la salida sólo se produce cuando aparecen innovaciones positivas cualificadas. Con la estimación para $A=0.0020$ (igualmente ocurre con $A=0$), se tiene que en recesión no existe dinámica que agrave permanentemente una perturbación negativa, con lo que tras una perturbación suficientemente negativa el sistema, con la definición empleada, saldría siempre de la recesión. Esta salida se produce por el hecho de que si y_{t-2} es muy negativa y_{t-1} cumplirá con el criterio de recuperación que situaría al sistema en el momento t fuera del régimen de recesión. Esta conclusión no conviene confundirla con el efecto de equilibrador intrínseco del sistema que encuentra Potter (1995) y también aparece en T-T, por el que la dinámica del sistema en las fases de recesión lleva a que se salga siempre de ella. El resultado mencionado para el modelo sobre el PIB español no se debe a la dinámica del sistema, sino a la fijación de los valores umbrales utilizados en su definición. Así, con $A=0$ el sistema se caracteriza por salir antes de las recesiones que con un valor positivo de A . **Los resultados anteriores indican que la dinámica del régimen II (crecimiento desacelerado) no lleva a tasas de variación negativas del PIB (condición generalmente asociada a las recesiones), y la dinámica del**

régimen I mantiene al sistema en tasas negativas (condición con frecuencia asociada a las recesiones). Es, por tanto, completamente válida la conclusión de que en los modelos no lineales estimados sobre el PIB español **no existe una dinámica interna que introduzca o saque al sistema de una recesión**. En este sentido existe una separación entre los regímenes de este modelo. Sobre los datos reales se producen transiciones desde las fases de desaceleración a las de recesión y de éstas a las de recuperación debido a las innovaciones que llegan al sistema. No obstante, esta transición entre regímenes viene influida por los valores umbrales empleados en sus definiciones. Así, con $A=0$ el sistema no tiene que superar ningún criterio de recuperación para pasar de I a III, con lo que se produce un paso natural entre ambos regímenes y simulando el modelo con innovaciones aleatorias se tiene que los pasos entre dichos regímenes tienden a realizarse de forma rápida, bajo tales condiciones. Del mismo modo, si se define el régimen II con la condición $(0 < y_{t-1} < (y_{t-2} + y_{t-3} + y_{t-4} + y_{t-5})/4)$, es decir eliminando los valores $y_{t-1}=0$ de este régimen II y asignándolas al régimen I, ya no existe ruptura entre ambos regímenes.

Se tiene pues, que la eliminación del valor cero de la definición del régimen II y la utilización del valor $A=0$ en la definición del I conduce a una evolución natural entre regímenes debida a la definición muy particular de los mismos. Tales hipótesis no se pueden contrastar adecuadamente con los datos disponibles y deben sustituirse por hipótesis razonables para las características de los datos bajo estudio. En tal sentido, excluir tasas de variación nulas en la definición del comienzo de una recesión e imponer un criterio A de recuperación al final de la recesión parece bastante acorde con los datos utilizados, pero ciertamente no son características extraídas de los datos mediante un procedimiento firme de estimación y contrastación.

Para finalizar, esta sección podría discutirse sobre la idoneidad de tres regímenes frente a la alternativa de cuatro. Como se discutió anteriormente, no parece adecuado con las pocas observaciones de recesión diferenciar dos regímenes distintos, separando las observaciones entre cero y el mínimo de las que se encuentran entre el mínimo y cero. Sin embargo, *a priori*, cualquier observador podría sentirse incómodo de asignar al mismo régimen observaciones próximas a la recesión con aquellas que se encuentran en plena expansión, tal y como se realiza con la caracterización en tres fases. Es posible realizar un ejercicio empírico para analizar si los datos pueden añadir algo de información sobre esta cuestión. Las observaciones de recuperación podrían: (i) constituir un régimen aparte como

en T-T, (ii) asignarse al régimen de recesión, o bien (iii) asignarse al régimen de expansión. La opción (iii) es la que aquí se ha seguido, la (i) es inviable, porque el máximo de observaciones en este régimen sería de cuatro. Por último, la opción (ii) puede evaluarse sencillamente considerando en el modelo original $A=\infty$, con lo cual todas las observaciones del inicio de las recuperaciones se pasan del régimen III al I. Estimando este modelo se obtiene mucho peor ajuste en el régimen I, lo que indica que estas observaciones no están adecuadamente caracterizadas en este régimen. El ajuste del régimen I empeora sucesivamente según aumenta el valor de A , siendo la varianza residual de 0.0016 para $A=0$, si $A=0.002$ se obtiene 0.0024 y en el caso extremo para $A=\infty$ es de 0.0025. Esta situación se repite para el régimen III que pasa de una varianza residual de 0.0014 si $A=0$ a 0.0016 si $A=\infty$. Por tanto, eliminando en el régimen III las observaciones del inicio de las recuperaciones el modelo de este régimen no sólo no mejora sino que empeora en ajuste. Por tanto, puede afirmarse, que las observaciones de recuperación de asignarlas a alguno de los regímenes definidos ha de ser al régimen III, y esta opción tiene además cierta base empírica. Esto no excluye que las observaciones en cuestión configuren un nuevo régimen, que resulta inviable con esta muestra dado el escaso número de observaciones que se asignarían a tal régimen.

Los resultados de este trabajo indican que hay propiedades de los datos que se estiman con bastante firmeza, como sus características en los procesos de aceleración y desaceleración, y otros que, por falta de observaciones relevantes, se estiman mal, como los relacionados con las recesiones. Si las recesiones son esporádicas, cortas y, además, escasas en la muestra utilizada, los datos serán poco informativos sobre este régimen. Entre los resultados firmes destaca un comportamiento dinámico diferente según las fases cíclicas, que se caracteriza por no conducir al sistema a una recesión ni sacarla de ella. Ambas cosas se producen por innovaciones o por una fijación de los valores umbrales del sistema que lleve a que en éste se generen ciclos límite. Estos ciclos en cualquier caso serían largos, ya que la fase de desaceleración es lenta y, aunque la periodicidad de los ciclos depende de las condiciones iniciales, se puede decir que dicha periodicidad será alta y con frecuencia superior a la estimada con los modelos $I(1,1^*)$.

Los resultados anteriores tienen también dos importantes implicaciones econométricas. Al estar la evolución a largo plazo de variables macroeconómicas como el

PIB caracterizadas por truncamientos en su tasa de crecimiento y por una raíz unitaria, en su relación a través de modelos econométricos con otras variables, pasa a ser de importancia principal explicar el posible co-truncamiento con otras variables y no solamente una posible relación de cointegración, que tiene menos implicaciones a largo plazo. Además, al tener el PIB un comportamiento cíclico no-lineal es muy posible que en las relaciones econométricas en las que aparezca como variable explicativa, haya que formular especificaciones que permitan comportamientos diferenciados según las fases cíclicas.

VI. ¿Qué factores pueden apoyar la rápida recuperación del crecimiento tras una crisis?

El régimen de debilitamiento económico que aparece en el modelo TAR se realiza de forma pausada y con la aparición de innovaciones negativas importantes da paso a una etapa de crecimientos negativos. Sin embargo, una vez que debido a una innovación positiva de cierta magnitud se sale de la recesión, la recuperación resulta ser muy rápida debido al cambio en la media de crecimiento. Por tanto, es de interés plantearse qué factores pueden impulsar la caída del PIB en las contracciones y, sobre todo, la rápida recuperación del crecimiento en los primeros periodos de las recuperaciones. En la literatura internacional se han encontrado también patrones cíclicos de tres o cuatro fases como una opción razonable para representar el PIB de otras economías. El origen de este comportamiento, en economías grandes y cerradas como la de EEUU, se ha fundamentado a partir de la inversión en existencias, que con un fuerte dinamismo hace recuperarse al producto, aportando elevadas contribuciones a su crecimiento en los periodos iniciales tras una crisis, véase Blinder et al. (1986) y Sichel (1994) entre otros.

En este trabajo no se estudian las causas que pueden llevar a una crisis o sacarla de ella a la economía española. Lo que sigue es una reflexión, que pretende apoyar la idea de **que los factores que llevan a una recuperación en la economía española pueden estar relacionados con el comercio exterior y la competitividad de las exportaciones.** En la economía española no parece que la oferta se anticipe a la demanda, produciendo el efecto de inversión en existencias mencionado para EEUU y, en cualquier caso, los datos sobre inversión en existencias son poco fiables. Un agregado que puede estar relacionado con las fases en el ciclo de actividad español es el saldo comercial. Por ejemplo, en Buisán y Gordo (1993) y Alonso (1996) se le asigna un elevado protagonismo en la recuperación económica, principalmente en el último ciclo. Así mismo, Dolado y Sicilia (1995) a partir de un enfoque VAR estructural determinan que la secuencia de perturbaciones negativas que dan una explicación más adecuada a las perturbaciones negativas de demanda durante la última crisis son los asociados al saldo comercial, y también este componente es el que marca el comienzo de la recuperación a partir de 1993. En el gráfico 6.1 se representan las contribuciones del saldo comercial real al crecimiento del PIB, para los trimestres con observaciones del régimen I correspondientes a las dos últimas crisis, y sus periodos

inmediatamente anteriores y posteriores. En el gráfico 6.2 se muestra la evolución dinámica del crecimiento trimestral del PIB, junto a la contribución a su crecimiento del saldo comercial y la demanda interna. En estos dos gráficos se observa que una parte de la caída del ingreso que precede a las crisis y, principalmente, la rápida recuperación del crecimiento en los primeros trimestres posteriores, procede del extraordinario dinamismo del saldo comercial real. Una vez iniciada la recuperación componentes menos dinámicos pero más estables, como el consumo privado o la inversión, pueden ir tomando el relevo al sector exterior, aportando la mayor parte de la contribución al crecimiento del PIB y consolidando la recuperación económica.

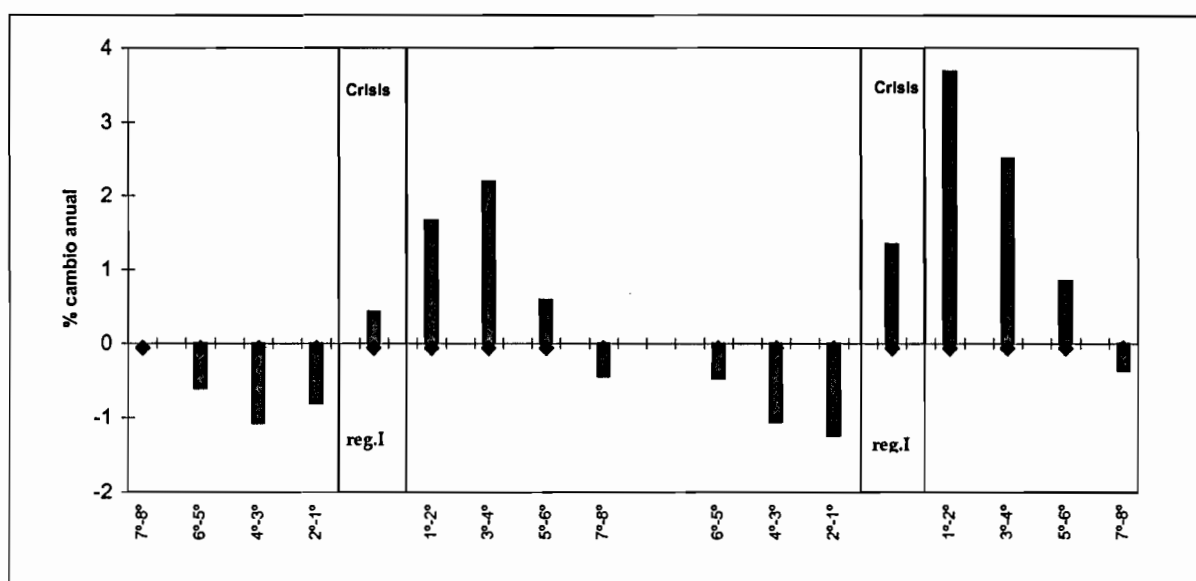


Gráfico 6.1. Contribución del Saldo Comercial real al crecimiento del PIB. Recoge los periodos anteriores, de crisis y los inmediatamente posteriores. Las crisis se corresponden a las dos últimas fases con régimen I, 1980:3-1980:4 y 1992:3-1993:1 respectivamente.

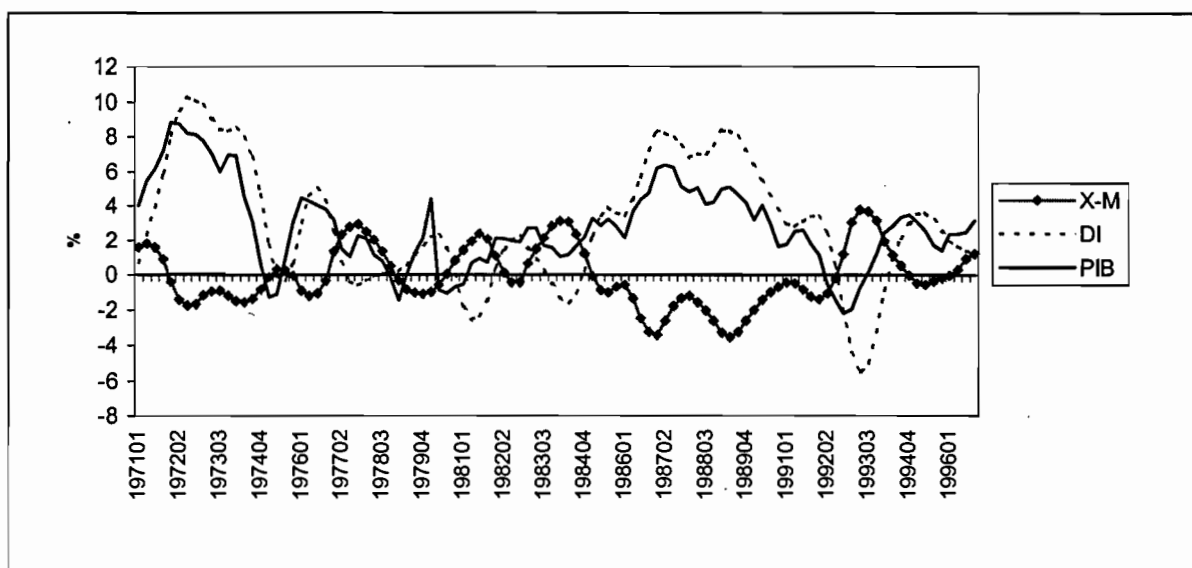


Gráfico 6.2. Crecimiento trimestral del PIB anualizado y la contribución a su crecimiento de la demanda interna y el saldo comercial en términos anuales.

VII. Evaluación de asimetrías en la tasa de crecimiento trimestral del PIB usando funciones de respuesta no lineal.

La familia de modelos TAR propuesta en Martínez y Espasa (1998), M-E en adelante, con los tres regímenes de recesión, recuperación –expansión y debilitamiento presenta tres características importantes que generan comportamientos asimétricos. Tales características son: el cambio en el nivel medio, en la dinámica y en la varianza residual. Con el objetivo de ilustrar y evaluar las implicaciones de estas asimetrías se utilizará el concepto de función de respuesta a un impulso (FRI).

Una función de respuesta a un impulso describe el efecto incremental de una perturbación en el instante t sobre los valores futuros de una variable, es decir **recoge el efecto multiplicador de una perturbación hacia el futuro**. En modelos lineales, las funciones de respuesta a impulsos son independientes del estado del sistema (la historia de la serie anterior al impacto). Además, también se caracterizan por ser simétricas respecto a impulsos positivos y negativos, siendo proporcionales a su tamaño. Esta proporcionalidad se obvia considerando impulsos unitarios, $v=1$, con lo cual la función de respuesta con esa normalización es independiente del impacto y de la historia, considerándose como una función dependiente únicamente del horizonte futuro h . Sin embargo, **las funciones de respuesta a impulsos para los modelos no lineales (FRINL) son mucho más complejas, siendo funciones de: (1) la historia de la serie temporal (2) del tamaño y (3) del signo de la perturbación**. Con ello, carece de sentido normalizar la FRINL para impulsos unitarios, ciertamente la FRINL no es simétrica y, en principio, no es posible una representación general de toda la información contenida en las FRINL para todas las historias y perturbaciones posibles. En la práctica, el contenido de las FRINL suele resumirse calculando tal función para algunas fechas e impactos concretos, que en cierto modo puedan representar la amplia gama de posibilidades, permitiendo captar las propiedades dinámicas del modelo.

Además de todo lo señalado, en el caso de las FRINL se tiene, tal como analizan Koop et al. (1996) en el contexto de modelos autorregresivos (TAR), que la FRINL en la forma en la que ha sido definida puede mitigar el efecto de la no linealidad, por condicionar los cálculos de los valores de la función sobre el hecho de que todas las innovaciones futuras sean nulas. En efecto, en un modelo lineal la ausencia de innovaciones en el futuro tiende a colocar el sistema en una situación de equilibrio o crecimiento equilibrado, que

mantiene la naturaleza lineal del esquema no estacionario y va anulando más o menos lentamente las oscilaciones del componente estacionario. Sin embargo, en los modelos TAR la no linealidad viene muy determinada por los umbrales y éstos pueden quedar inactivos, perdiendo el sistema su naturaleza no lineal, si hacia el futuro se supone que no se producen innovaciones. La cuestión radica en que el modelo TAR puede tener una formulación tal, que estando en un determinado régimen la probabilidad de que en algún momento futuro pase a un régimen diferente sea cero en ausencia de innovaciones futuras y uno si se contempla su existencia. Es decir, en los modelos no lineales la simulación estocástica, por la cual se contemplan la inclusión de innovaciones aleatorias, hacia el futuro, puede ser esencial para que el sistema no pierda su condición no lineal. Para resolver el problema del tratamiento de las innovaciones futuras Koop et al. (1996) proponen un nuevo concepto de función de respuesta a la que denominan **función de respuesta a un impulso generalizada (FRIG)**. En ella se simulan múltiples secuencias de innovaciones futuras y se promedian los resultados obtenidos. Con ello la función de respuesta que se obtiene es una media de lo que deberá ocurrir dado el pasado y el presente.

Con el objetivo de obtener más información sobre las propiedades dinámicas del modelo TAR con tres regímenes propuesto en anteriormente se utilizará la FRIG definida en el trabajo de Koop et al. (1996). Dado que el modelo TAR depende de la elección del parámetro A que se haga, el cual caracteriza al criterio de recuperación, es necesario fijar A en un valor concreto. Como se discute ampliamente en M-E, no es posible con la información disponible estimar A de forma fiable. Este hecho afecta de forma casi exclusiva al régimen I, por lo que en teoría **no se pueden extraer del modelo propiedades dinámicas concluyentes sobre los regímenes de recesión**. Así, utilizando la función de respuesta clásica (FRI), una misma perturbación en un instante dado puede tener efectos totalmente distintos dependiendo del valor de A . Sin embargo, con la FRIG eso se mitiga mucho.

En el análisis que sigue se ha fijado inicialmente el valor de A en 0.002. Se utilizarán todos los posibles momentos de la muestra (1970:2-1996:4) para obtener en cada instante predicciones de referencia, ya que representan a la esperanza condicional del crecimiento del PIB sin una perturbación fija en el instante t . La predicción de referencia se construye aleatorizando en el instante t la innovación correspondiente a ese instante. La

otra colección de predicciones, esperanzas condicionales, se ha obtenido fijando el tamaño de la innovación sobre el crecimiento trimestral del PIB en t , para formar una condición inicial en este instante. La innovación en t se fija en $V_t = \pm k\sigma$, con $k=1,2$, siendo σ es la desviación típica de las innovaciones. El conjunto de valores para $k=1$ permite seguir los efectos de innovaciones más frecuentes, mientras que el conjunto correspondiente a $k=2$ representa a innovaciones poco frecuentes. La FRIG para el crecimiento trimestral del PIB vendrá definida por la diferencia entre la predicción con innovación fija ($v_t = \pm k\sigma$) y la predicción de referencia. En Martínez y Espasa (1998(b)) puede seguirse el proceso de cálculo de la FRIG con mayor detalle.

Si la serie es estacionaria, la FRIG converge a un vector de ceros con probabilidad uno cuando el horizonte tiende a infinito. Si por el contrario, la serie considerada es integrada entonces la dispersión de la FRIG permanece constante cuando el horizonte se incrementa (véase Koop et al. (1996)). Por tanto, puede concluirse a partir de los gráficos que se presentan a continuación, que la tasa de crecimiento trimestral del PIB español tiene un comportamiento a largo plazo como un proceso estacionario.

A partir de la secuencia de los gráficos puede seguirse la evolución de la asimetría en el último ciclo de la economía española. Las fechas elegidas para la descripción de la función de respuesta a impulsos pueden ser representativas del resto de las situaciones históricas acontecidas en la evolución de la variable. No obstante, de igual manera se podrían haber elegido otras fechas alternativas. Se muestran algunas fechas del periodo de expansión iniciado a principios de los ochenta, una vez superada la segunda crisis de la energía, del periodo de debilitamiento posterior, de la fase de recesión iniciada en el año 92 y de los primeros trimestres de la posterior recuperación.

Comenzando por el periodo de expansión, para 1983:4 y 1984:1 (gráficos 7.1 y 7.2) hay asimetrías en la respuesta que se evidencia principalmente en dos aspectos. En primer lugar, los impactos positivos tienen mayor efecto a corto plazo que los negativos, y en segundo lugar, la respuesta a un impacto de -2σ es de menor magnitud absoluta que la que se obtendría aplicando el correspondiente factor de escala a la respuesta a un impacto de -1σ . Los efectos ante impactos de -1σ y -2σ se igualan después de un año. En la fase de expansión, 1986:1 (gráfico 7.3), las perturbaciones positivas tienen mayor efecto a corto plazo que las negativas y tampoco se conserva el factor de escala, especialmente para las positivas. Para 1986:3, fecha próxima a un máximo relevante, y 1990:4, ya dentro de

la fase de debilitamiento (gráficos 7.4 y 7.5 respectivamente), la situación se invierte, los impactos negativos tienen mayor efecto a corto plazo que los positivos y no se conserva tampoco el factor de escala. El efecto durante los periodos iniciales de un impacto negativo de -2σ es superior a 2 veces el obtenido con -1σ . Sin embargo, las mayores asimetrías se observan en los periodos de recesión anteriores (1992:3 gráfico 7.6) y posteriores a un mínimo relevante (1993:1-3, gráficos 7.7 y 7.8 respectivamente). En estos casos, el efecto de las innovaciones positivas es notablemente superior al de las negativas y también se incumple en mayor medida el factor de escala. Además, las perturbaciones negativas pueden llegar a tener efectos positivos a medio plazo, pero son poco significativos. En cualquier caso, no ayudan a incrementar el nivel del PIB a diferencia de lo que ocurre para el PIB americano, donde innovaciones negativas en periodos de recesión producen efectos positivos a largo plazo, (véase Potter (1995) y P-P como ejemplos), situación ésta que no es fácil de justificar desde un punto de vista teórico. Los resultados anteriores se resumen en el cuadro 7.1.

En general, a la vista de los resultados obtenidos, puede afirmarse **que la mayor fuente de asimetría que contiene el modelo es la dependencia de la historia**. Esto es fácilmente observable, ya que las funciones de respuesta deberían ser idénticas para cada historia bajo la hipótesis de linealidad. Sin embargo, en el caso del modelo TAR, una misma perturbación, pero que aparece en un periodo distinto y está condicionada, obviamente, por unas condiciones iniciales distintas, puede tener efectos muy distintos sobre el PIB. Además, al evolucionar el PIB cíclicamente, las condiciones iniciales que presenta el sistema en cada instante también lo hacen, resultando por tanto **que la función de respuesta muestra una evolución cíclica**. La otra fuente de asimetría, relacionada con el tamaño y signo de la innovación, también es observable, pero en menor medida. No obstante, se han mostrado ejemplos donde la función de respuesta es muy poco dependiente del tamaño de la innovación (esto es muy claro para las innovaciones negativas en los gráficos 7.6, 7.7 y 7.8), y en general en todos los casos se incumple el factor de escala en mayor o menor medida. **En medio de las recesiones, lo realmente importante son las innovaciones positivas cualificadas**, resultando el efecto de cualquier otra innovación despreciable pasado un año desde su aparición (véase el gráfico 7.6). No obstante, según avanza la recesión va tomando también importancia el carácter positivo de la innovación.

La dependencia de los resultados obtenidos sobre la elección del parámetro A es una

cuestión muy importante y se discutirá a continuación. Para su evaluación, se han estimado los modelos para los dos casos más extremos, $A=0$ y $A=\infty$, comparándose sus correspondientes funciones de respuesta con la obtenida previamente para el caso intermedio $A=0.002$. El parámetro A tiene en cuenta la recuperación necesaria que debe experimentarse en $t-1$ para considerar que en t ha finalizado la recesión. Así, con $A=\infty$ se clasifica a la observación t en el régimen de recesión siempre que el crecimiento en $t-1$ sea negativo, independientemente de que se halla producido o no una cierta recuperación en $t-1$. Por el contrario, $A=0$, implica que en el momento que se frena la aceleración de las tasas negativas en $t-1$, la observación t se asigna a una recuperación. Los resultados obtenidos indican que el parámetro A no es muy relevante en la dinámica del sistema cuando se permite la simulación. En las expansiones las funciones de respuesta prácticamente coinciden. En general, las mayores diferencias se dan para las observaciones próximas o incluidas en las recesiones, tal y como era de esperar. Pero en esencia los resultados coinciden con los obtenidos previamente con $A=0.002$.

La mayor parte de los resultados que se han obtenido son firmes, es decir son independientes del parámetro A que se fije. Los más importantes pueden resumirse en: (i) ninguna perturbación tiene efectos permanentes sobre la tasa de crecimiento del PIB, (ii) en las recesiones, el efecto de las perturbaciones positivas es significativamente superior al de las negativas, y (iii) la función de respuesta evoluciona cíclicamente y muestra importantes asimetrías. Además, parece que el parámetro A que determina el criterio de recuperación influye en el grado de no linealidad en el modelo, disminuyendo ésta según aumenta A , encontrándose la mayor asimetría para $A=0$ y la menor para $A=\infty$.

Para los ejemplos considerados en los gráficos parece que las innovaciones positivas tienen mayor efecto a corto plazo que las negativas en un mayor número de ocasiones. No obstante, depende de las condiciones iniciales particulares. Para avanzar en esta cuestión y obtener resultados más firmes se ha seguido un enfoque similar al considerado en P-P. Se ha obtenido la función de respuesta media (FRIGM) para un impacto positivo fijo v_t y su opuesto $-v_t$ para $t=1972:1-1996:4^8$. En el gráfico 7.9 se presentan los resultados obtenidos para la FRIGM ante una perturbación positiva en toda la muestra, y para las submuestras pertenecientes a cada uno de los distintos regímenes considerados. Se representa para cada

⁸ Se ha tomado $A=0.002$ en este experimento.

horizonte la respuesta mínima, primer cuartil, mediana, tercer cuartil, máxima y la media (representada por un '+') mediante un diagrama de caja. Análogamente en el gráfico 7.10, se representan estos mismos resultados pero para perturbaciones negativas. Como puede observarse, la respuesta media no es muy informativa, dado que las funciones de respuesta tienen una distribución asimétrica y dispersa. La heterogeneidad entre perturbaciones positivas y negativas es evidente al observar la dispersión diferente que existe en cada caso. Si se considera a cada periodo la respuesta media, promediando sobre todas las historias disponibles en la muestra, una gran parte de la asimetría que se observaba en los gráficos anteriores se mitiga, hecho razonable dado que, como se comentó anteriormente, ésta evoluciona cíclicamente. **En el régimen I se encuentra la menor persistencia en media para cualquier tipo de perturbación y la menor dispersión para las perturbaciones negativas.** Este resultado está en sintonía con el encontrado por P-P para el PIB de USA. En el modelo de P-P también se distinguen tres regímenes sobre el PIB, que describen crecimiento normal ("corregidor"), acelerado ("ceiling") y recesión ("floor"). El régimen I considerado en M-E pudiera ser equivalente al régimen de recesión de P-P. **Para las perturbaciones positivas, la menor dispersión aparece en el régimen III.** Considerando el efecto sobre el nivel del PIB en vez de sobre su tasa de crecimiento trimestral, la mayor persistencia en media y la mayor dispersión se observa en el régimen II, tanto para las perturbaciones negativas como para las positivas. En P-P este mismo resultado lo encuentran para el régimen de crecimiento normal, que no es equivalente al régimen II considerado en M-E. Sin embargo, es probable que el régimen de crecimiento normal de P-P contenga al régimen II y a las observaciones de recuperación del régimen III del modelo definido en M-E para el PIB español. Por tanto, pueden establecerse ciertas similitudes en las conclusiones.

Los diagramas de caja permiten apreciar, que en media las innovaciones positivas tienen mayor efecto a corto y medio plazo que las negativas para todos los regímenes. En particular, esto es más evidente en los regímenes I - II y en menor medida en el régimen III. Este resultado es similar al encontrado por Beaudry y Koop (1993) y Potter (1995), también para el PIB de USA, y contrario al que obtienen P-P, donde en media las perturbaciones negativas son más persistentes que las positivas para todos los regímenes.

En un contexto general, estos resultados pueden relacionarse con las conclusiones

que se extraen en el trabajo de Senra (1998). En él se realiza una aplicación para el PIB español siguiendo un enfoque de raíces unitarias cambiantes. El modelo que sigue el PIB bajo este enfoque es de dos raíces unitarias, $I(2)$, donde una puede dejar de serlo durante ciertos periodos de tiempo. Se concluye que el PIB español pierde una raíz unitaria en los periodos de recesión, por lo que en esta fase existe menor persistencia para cualquier tipo de innovación. Sin embargo, en el inicio de las recuperaciones la segunda raíz unitaria se convierte temporalmente en explosiva. El modelo TAR puede recoger este efecto con el importante cambio en el nivel medio que ocurre al pasar del régimen I al III.

Volviendo a los resultados recogidos en los gráficos 7.9 y 7.10 se tiene que, en general, para todos los horizontes e independientemente del signo de la perturbación y del régimen en que el PIB se encuentre, se tiene que el valor absoluto de la respuesta media es superior a la mediana prácticamente para todos los horizontes.

En conclusión, se ha mostrado que el modelo no lineal construido para el PIB en M-E tiene una dinámica que permite que el efecto de las innovaciones varíe sobre los ciclos de actividad. Las funciones de respuesta estimadas dan evidencia de que el comportamiento a largo plazo del PIB español es similar al de un proceso integrado de primer orden $I(1)$. El efecto de las innovaciones sobre su tasa de crecimiento decae exponencialmente hacia cero. Evaluado el efecto sobre el nivel del PIB, éste converge para cada innovación a una constante diferente según el caso y, por tanto, son persistentes. Es posible encontrar ejemplos en los que sobre el nivel del PIB, las innovaciones positivas son más persistentes que las negativas y viceversa, dependiendo de las condiciones iniciales particulares y del tipo de innovación considerada. Las mayores diferencias entre la persistencia de los impactos positivos y negativos sobre el nivel del PIB se han encontrado en los periodos de recesión y en el inicio de las recuperaciones. En estos periodos, poco frecuentes en la muestra considerada, las innovaciones positivas son mucho más persistentes que las negativas.

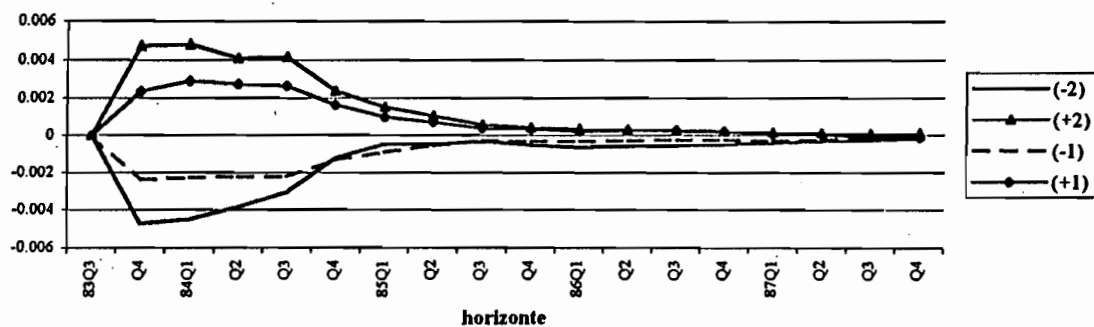
La mayor fuente de asimetría que se ha encontrado es la dependencia de la historia. Un mismo impacto, pero en un instante distinto, tiene efectos muy diferentes sobre el sistema. También el tamaño y el signo de la perturbación son una fuente de asimetrías, pero en menor medida. Esta importante dependencia temporal de la función de respuesta, evolucionando cíclicamente, produce que cuando se promedia entre todas las historias, la mayor parte de la asimetría se mitiga. No obstante, puede establecerse que en

media las innovaciones positivas son más persistentes que las negativas. Además, este resultado se obtiene también para cada una de las submuestras correspondientes a cada régimen.

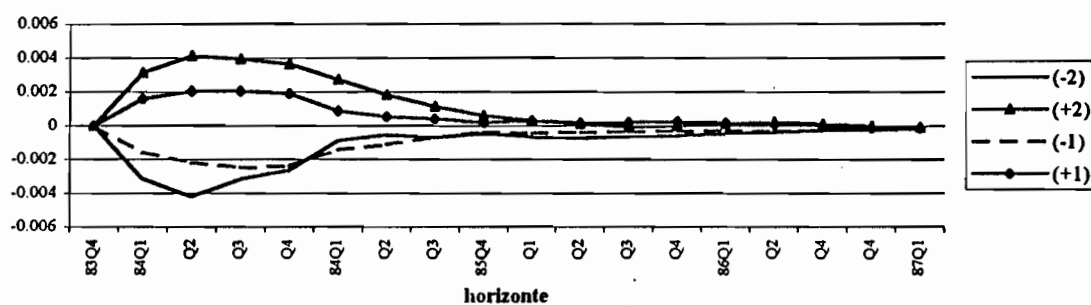
La dependencia dinámica del modelo respecto al criterio de recuperación que se fije es muy pequeña. La opción de $A=0$, induce aparentemente una mayor no linealidad al modelo. Aumentando el parámetro A , observaciones que se asignan al régimen I con $A=0$, se incorporan ahora al régimen III, empeorando la clasificación de los datos que se podría hacer *a posteriori*. Estas opciones empeoran el ajuste que se obtiene con $A=0$, e inducen progresivamente menor asimetría en el modelo. Estos hechos parecen indicar que una parte de la no linealidad que se observa *a posteriori* en los datos, y que es muy razonable caracterizarla con $A=0$, puede perderse en parte *a priori* por clasificar erróneamente ciertas observaciones. Esto es lo que ocurre para la muestra considerada cuando se introduce un $A>0$. La erraticidad de una serie y la insuficiente información para determinar el régimen de cada observación son obstáculos para el desarrollo de modelos no lineales adecuados, a la vez que constituyen el reto más importante para todo analista.

Cuadro 7.1. Características que aparecen en la FRIG.	
<u><i>Características generales:</i></u>	
(a) A largo plazo las perturbaciones tienen efectos nulo, por lo que la tasa de crecimiento del PIB a largo plazo se comporta como un proceso estacionario.	
(b) Las funciones de respuesta son oscilantes, en general. Primero se agudiza el efecto del signo correspondiente y posteriormente tienen a cero.	
<u><i>Características particulares:</i></u>	
<u><i>Periodo en el que se produce la innovación.</i></u>	<u><i>Características de la FRIG.</i></u>
Expansión: 1983:4, 1984:1 y 1986:1 (gráficos 7.1-7.3)	(i) Mayor efecto absoluto a corto plazo de los impactos positivos que de los negativos. (ii) Las respuestas de un mismo signo pero de magnitudes $k\sigma$ diferentes con frecuencia son menos que proporcionales a su factor de escala k . Al principio de la expansión (1983:4 y 1984:1) esta falta de proporcionalidad se da, fundamentalmente, entre las respuestas negativas y ya avanzada la expansión (1986:1) se da entre las respuestas positivas.
Crecimientos máximos y debilitamiento: 1986:3 y 1990:4 (gráficos 7.4 y 7.5)	(i) Los impactos negativos tienen mayor efecto absoluto a corto plazo que los positivos. (ii) Los impactos negativos grandes (-2σ) tienen a corto plazo un efecto más que proporcional al factor de escala k respecto a los efectos de los impactos negativos moderados (-1σ).
Recesiones: (1992:3, 1993:1 y 3) (gráficos 7.6, 7.7 y 7.8)	(i) Los efectos absolutos de las perturbaciones positivas son notablemente superiores a los de las negativas. (ii) Se incumple en mayor medida el factor de escala.

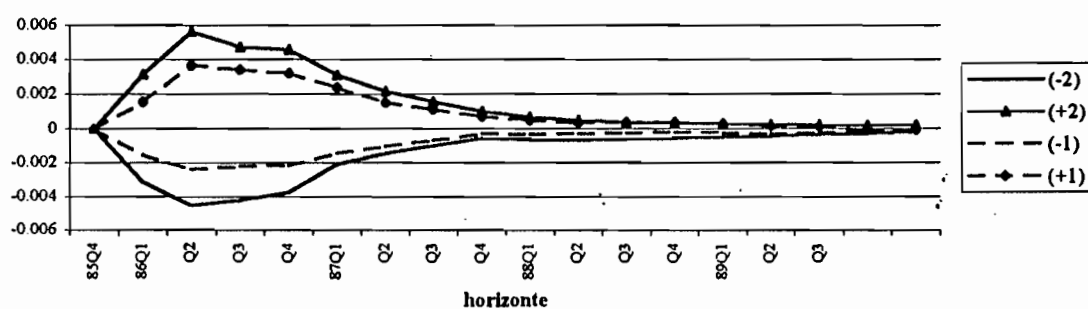
7.1. Función no lineal de respuesta a un impulso 1983:4 (Reg. II)



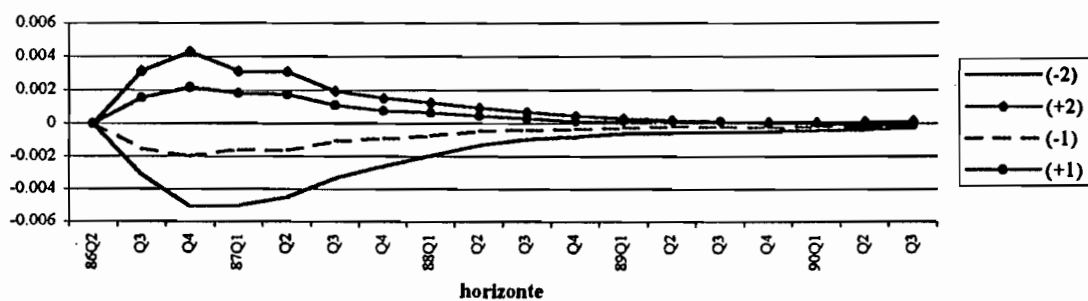
7.2. Función no lineal de respuesta a un impulso 1984:1 (Reg. III)



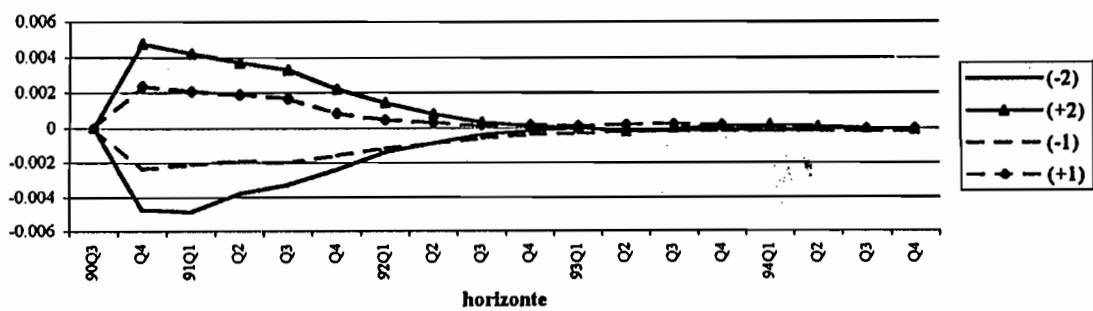
7.3. Función no lineal de respuesta a un impulso 1986:1 (Reg. III)



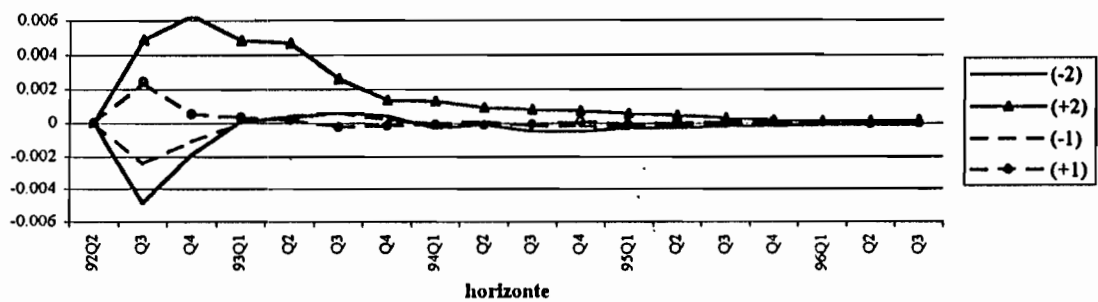
7.4. Función no lineal de respuesta a un impulso 1986:3 (Reg. III)



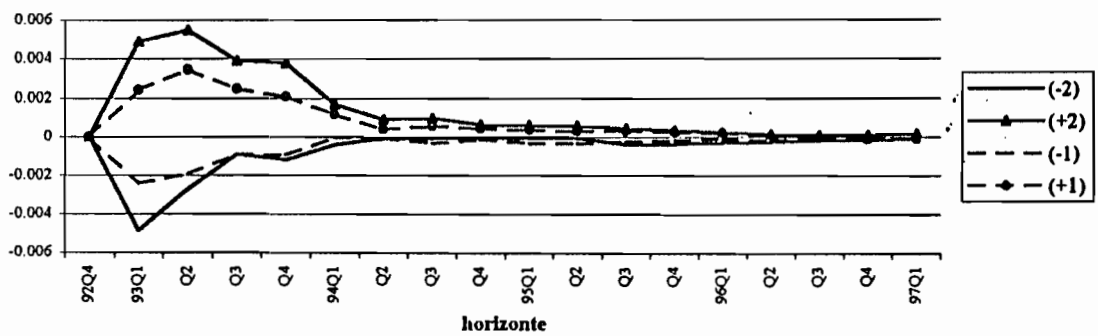
7.5. Función no lineal de respuesta a un impulso 1990:4 (Reg. II)



7.6. Función no lineal de respuesta a un impulso 1992:3 (Reg. I)



7.7. Función no lineal de respuesta a un impulso 1993:1 (Reg. I)



7.8. Función no lineal de respuesta a un impulso 1993:3 (Reg. III)

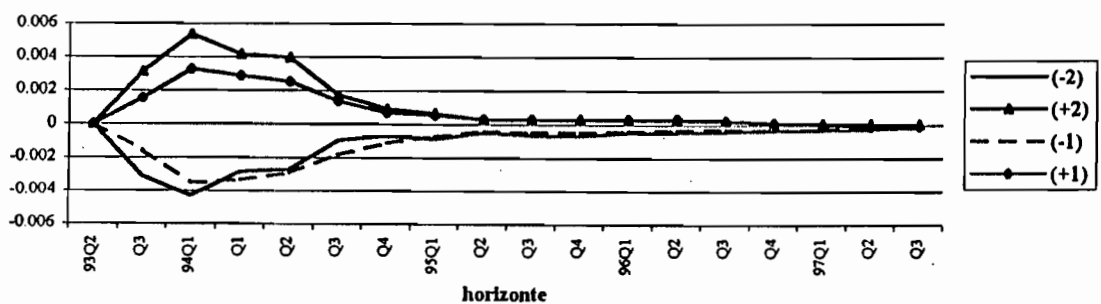
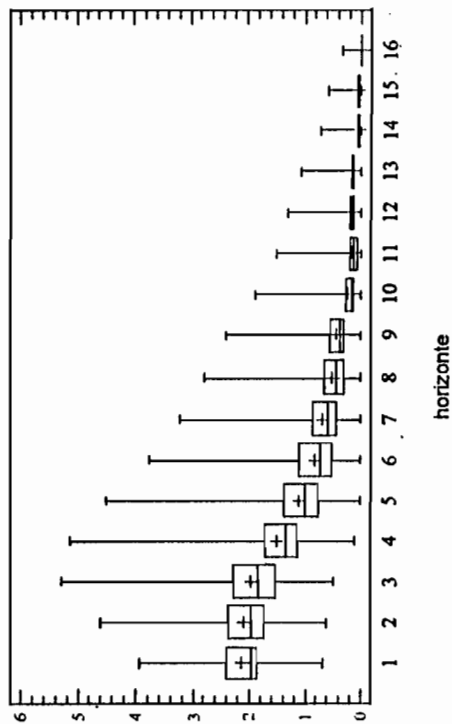


Gráfico 7.9. Diagramas de caja para la FRIG a cada horizonte (1-16 periodos) para una perturbación positiva.
(A) incondicional, (B) régimen I, (C) régimen II, (D) régimen III.

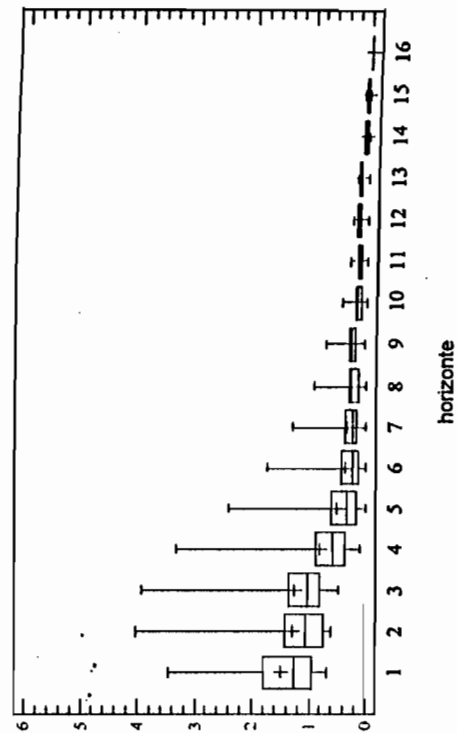
(A)

(1 E-03)



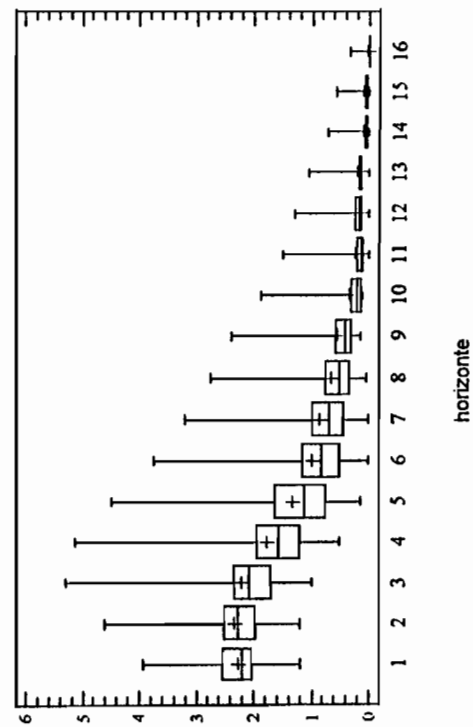
(B)

(1 E-03)



(C)

(1 E-03)



(D)

(1 E-03)

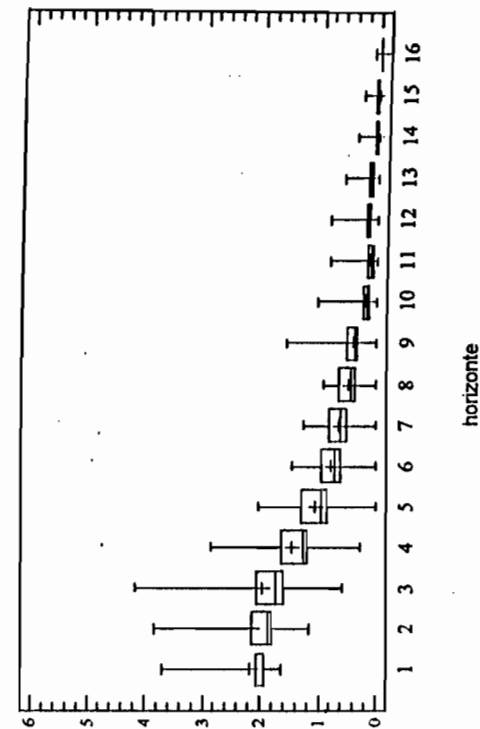
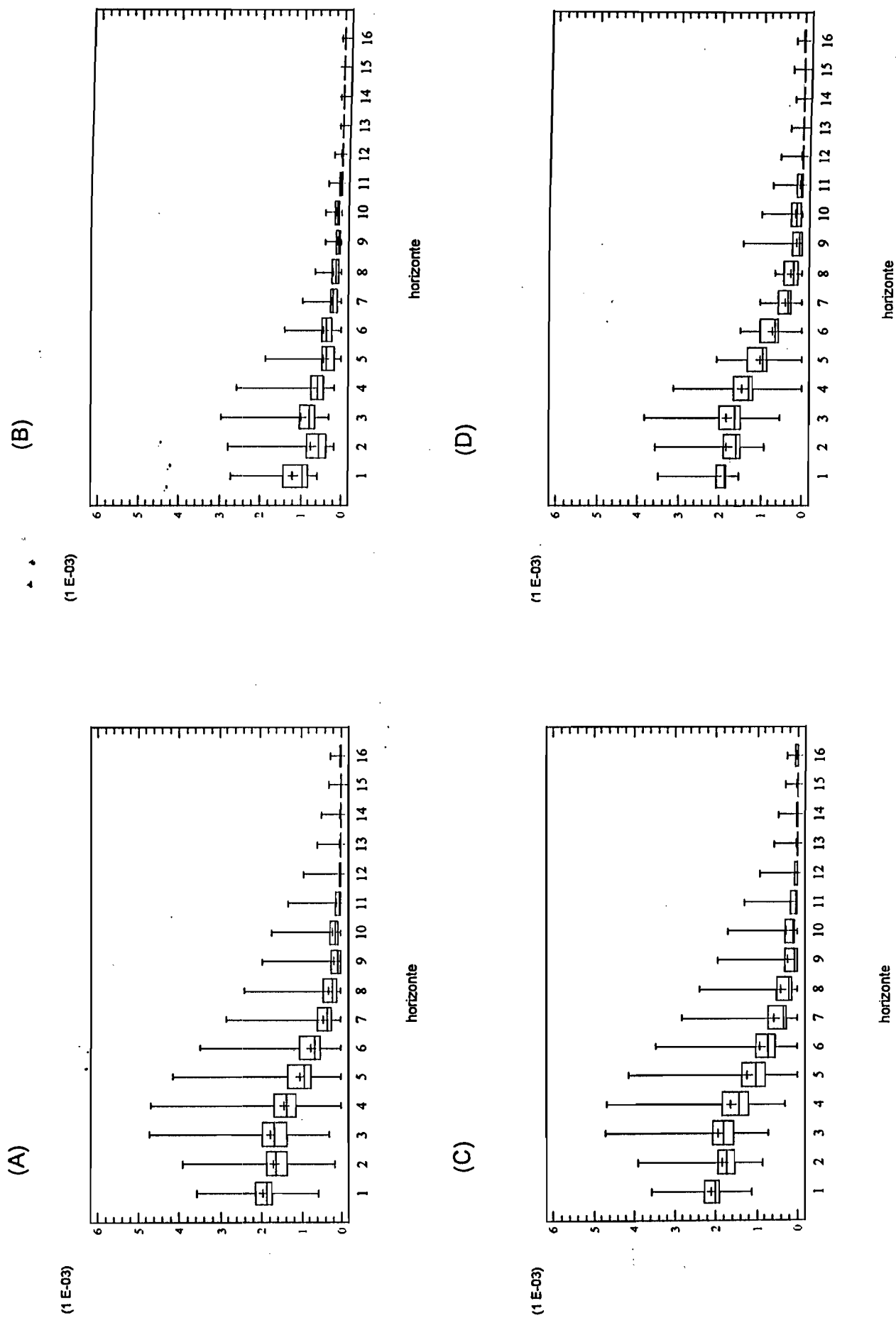


Gráfico 7.10. Diagramas de caja para la FRIG a cada horizonte cambiada de signo (1-16 periodos) para una perturbación negativa. (A) incondicional, (B) régimen I, (C) régimen II, (D) régimen III.



VIII. La economía española en 1998-1999

Las predicciones de las principales magnitudes macroeconómicas de la economía española se obtienen teniendo en cuenta el proceso de elaboración de los datos trimestrales de dichas magnitudes que sigue el INE. Este se basa en interpolar trimestralmente los valores anuales de las macromagnitudes en cuestión utilizando para ello la información de un gran número de indicadores económicos de periodicidad mensual y trimestral. En consecuencia, el procedimiento de predicción empleado en el Laboratorio de Predicción y Análisis Macroeconómico se basa en (1) obtener predicciones sobre varias decenas de indicadores económicos y (2) a partir de ellos generar las predicciones de las macromagnitudes. En este segundo paso es imposible replicar el procedimiento del INE pues no es público en sus detalles. Además, muy posiblemente en él el INE introduce apreciaciones de expertos a los resultados automáticos del procedimiento de interpolación. Por todo ello, el traslado de las predicciones de los indicadores a predicciones de las macromagnitudes no es un ejercicio mayoritariamente basado en modelos, sino que requiere la intervención de expertos. En este sentido los modelos no lineales anteriores proporcionan un elemento de ayuda importante para el experto. En efecto, determinan con bastante precisión el régimen en que se encuentra la economía y proporcionan una estimación de cuanto tiempo se va a permanecer en él. Además, la utilización de estos modelos trimestre a trimestre permite evaluar si se va ganado o no firmeza en la permanencia en un determinado régimen.

Actualmente, a partir de los modelos no lineales (véase cuadro 8.4) se aprecia que el régimen de expansión en que se encuentra la economía española actualmente ha ganado firmeza en los últimos trimestres. En consecuencia, el crecimiento anual medio del PIB en 1998 será algo superior al de 1997. En 1999 la tasa de crecimiento será mínimamente inferior a la de 1998.

En los cuadros 8.1 y 8.2 se recogen las predicciones macroeconómicas para 1998 y 1999. Respecto a ellas cabe destacar lo siguiente. Primero, recientemente han mejorado muy ligeramente las expectativas de inflación en el IPC para 1998 aunque se mantienen prácticamente estables las correspondientes a 1999. Segundo, con el dato del índice de producción industrial del mes de febrero se ha revisado al alza la producción en dicho sector y en menor medida su valor añadido. Con ello, sube la demanda interna

en 1998 una décima sobre las predicciones anteriores e igualmente el PIB. Tercero, se han actualizado al alza las predicciones de empleo y a la baja las de paro

Las nuevas predicciones suponen que el PIB crecerá un 3,5% en 1998, es decir, algo más que la previsión que inicialmente estimó el gobierno, 3,4%, pero algo menos que la reciente actualización del 3,7%. La mayor discrepancia entre las predicciones de este informe y las oficiales se dan en la formación bruta de capital fijo que el gobierno prevé ahora en el 8,2%, mientras que en este informe se predice un 6,5%. Para 1999, el crecimiento del PIB se estima en una magnitud casi similar en la de 1998, exactamente el 3,3%. El crecimiento anterior de la actividad se logra con relativa estabilidad en la inflación, aunque a niveles superiores a los de los principales países europeos. Se continúa previendo una balanza de pagos por cuenta corriente positiva en 320 millardos en 1998 y algo menos, 140, en 1999. Finalmente, se espera una expansión del empleo del 3,1 en 1998 y del 2,7 en 1999, con lo que la tasa de paro se situará en el 19,3 y 17,5%, respectivamente.

Las previsiones anteriores suponen también que el PIB español en 1998 crecerá casi un punto porcentual más que el PIB de Alemania según la predicción media existente para dicho país recogida en la revista Consensus Forecasts de abril de 1998. Dentro de las demandas internas de dichos países la divergencia de las anteriores predicciones se debe tanto al consumo (3,3 frente a 1,6) como a la inversión en equipo (9,2 frente a 6,3%). Con este mayor crecimiento de la economía española el diferencial de inflación actual de siete décimas de punto porcentual tiende a aumentar ligeramente y situarse, en nueve décimas (véase cuadro 8.3 y gráfico 8.1). Conviene advertir que en 1998 tal diferencial no se manifestará en los datos originales del IPC, que en el caso alemán se verán afectados por la subida del IVA. El cálculo correcto del diferencial de inflación requiere corregir las cifras alemanas por este efecto de cambio en la imposición indirecta.

Habiendo alcanzado un alto grado de apertura de la economía española a la competencia internacional, estando en vías de someterse a una política monetaria europea común, existiendo, tal como parece, una voluntad de política de equilibrar las cuentas públicas, un diferencial positivo de inflación en relación a Europa que tiende a mantenerse se deberá fundamentalmente a un deficiente equipamiento en infraestructuras y capital humano en relación a los principales países europeos y a

características del sistema socio-económico español que deben reformarse. El déficit en infraestructuras y capital humano con respecto a los grandes países europeos debe abordarse desde la política presupuestaria, en la que no sólo es necesario reducir el déficit, sino reestructurar el gasto público de modo que éste tenga una cierta orientación en pro de reducir los costes de la actividad económica como los relacionados con el transporte, comunicaciones, energía, adaptación de la mano de obra a los cambios en el sistema productivo, etc.

Lo anterior pone de manifiesto que la lucha contra la inflación ya no descansa en la política monetaria propia, sino en la política presupuestaria y de reformas económico-sociales. Entre éstas cabe destacar una política de vivienda que facilite la movilidad laboral y medidas legislativas y reglamentarias que ayuden a reducir los costes de distribución y comercialización y a inducir mayor **información** y competencia en el sector de los servicios. Con el progresivo desarrollo de la política económica en tales direcciones la convergencia con Europa en distintos indicadores, y por supuesto en inflación parece casi segura. La inflación española probablemente no está todavía muerta, pero sí que está bajo control y una adecuada política presupuestaria y de reformas estructurales puede asegurar la convergencia inflacionista con Europa junto con un crecimiento económico algo superior al europeo.

En cuanto al mercado de trabajo la tasa de paro actual no es atribuible a causas coyunturales, sino que tiene un importante componente estructural, por lo que el crecimiento económico es insuficiente para reducirlo. Para ello es necesario llevar a cabo importantes reformas del mercado de trabajo, con el fin de eliminar las rigideces que lo caracterizan y moderar el coste global del empleo. Además, parece necesario desarrollar una política de vivienda que facilite la movilidad laboral, una política de educación y formación que adecue la fuerza de trabajo a las necesidades de las empresas, propiciar una negociación colectiva que tenga en cuenta las condiciones específicas de las empresas, etc.

En conclusión, se tienen previsiones de crecimiento relativamente alto, estable y bastante equilibrado para 1998 y 1999, por lo que tasas del 3% podrían mantenerse en los comienzos del próximo milenio, siempre que la política económica esté orientada con decisión en las medidas presupuestarias y estructurales mencionadas.

Crecimiento anual del Índice de Precios al Consumo General para España, Alemania y Estados Unidos

Fuente: INE y elaboración propia (Laboratorio de Predicción y Análisis Macroeconómico.
Universidad Carlos III de Madrid.)
Fecha de elaboración: 27 de abril de 1998

(*) Las tasas están asignadas al final del periodo y desde abril de 1998 los datos representados son predicciones.

Cuadro 8.1 Macroeconómico e Indicadores**Tasas Anuales**

	1998	1999
Consumo privado nacional	3,3	3,1
Consumo público	2,0	2,0
Formación bruta capital fijo	6,5	5,8
- Equipo	9,2	8,1
- Construcción	4,6	4,1
Variación de existencias ¹	0	0,1
Demanda nacional	3,7	3,6
Exportación bienes y servicios	11,7	10,9
Importación bienes y servicios	12,0	11,3
Saldo exterior ¹	-0,3	-0,3
PIB	3,5	3,3
PIB, precios corrientes	5,5	5,7

Precios y Costes

IPC, media anual	1,9	2,4
IPC, dic/dic.	1,8	2,5
Remuneración (coste laboral) por asalariado	2,4	2,5
Coste laboral unitario ²	1,8	2,0

Mercado de Trabajo

Población Activa (% variación)	0,9	0,7
Empleo:		
- variación media en %	3,1	2,7
- variación media en miles	396,0	355,0
Tasa de paro (% población activa)	19,3	17,5

Otros Equilibrios Básicos

Sector exterior		
Saldo de la balanza por cta. cte.(m.m.pts)	320,0	140,0
Capacidad (+) o necesidad () de financiación (% PIB) ³	1,3	0,9
AA.PP. (Total)		
Capacidad(+)o Necesidad () de financiación (% del PIB)	-2,4	-1,9

Otros Indicadores Económicos

Índice de Producción Industrial	5,5	4,3
---------------------------------	-----	-----

27 de Mayo de 1998

¹ Contribución al crecimiento del PIB, en puntos porcentuales.

² Corregido del efecto censo en las cifras de empleo.

³ En términos de contabilidad nacional.

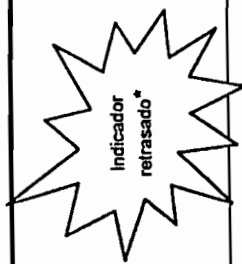
8.2 PREVISIONES DEL PIB (POR EL LADO DE LA OFERTA)

	1997	1998*
VAB AGRICULTURA	-1,3	0,0
VAB INDUSTRIA	5,1	4,5
VAB CONSTRUCCIÓN	1,0	4,5
VAB SERVICIOS	3,1	3,1
- DEST. VENTA	3,9	3,8
- NO DEST. VENTA	0,6	0,8
IVA	5,5	5,7
IMP. NETOS S/M	0,0	0,8
PIB	3,4	3,5

Fuente: INE, elaboración propia

* Previsiones.

PREDICCIONES DE INFLACIÓN PARA ESPAÑA, ALEMANIA Y ESTADOS UNIDOS



Cuadro 8.3

CRECIMIENTOS ANUALES DEL IPC⁽¹⁾

Crecimientos de un mes sobre el mismo mes del año anterior (T1,12)

	Tasa	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	Media97/ Media96 (2)	Media98/ Media97 (3)	Media99/ Media98 (4)
IPC España	1997	2.88	2.53	2.22	1.68	1.48	1.56	1.60	1.77	2.02	1.84	2.05	2.02	1.97		
	1998	1.96	1.79	1.79	2.03	2.03	2.08	2.15	2.09	1.81	1.95	1.77	1.78		1.93	
	1999	1.97	2.26	2.50	2.48	2.41	2.41	2.37	2.36	2.38	2.45	2.48	2.51			2.38
IPC Alemania	1997	1.84	1.75	1.50	1.41	1.66	1.74	1.81	1.98	1.90	1.82	1.90	1.73	1.75		
	1998	1.23	1.06	1.06	1.83	1.86	1.88	1.76	1.72	1.80	1.84	1.87	1.92		1.65	
	1999	2.17	2.32	2.42	1.73	1.54	1.54	1.54	1.54	1.54	1.54	1.54	1.54			1.75
IPC USA	1997	3.05	3.04	2.77	2.51	2.17	2.34	2.16	2.24	2.15	2.06	1.81	1.73	2.33		
	1998	1.56	1.39	1.39	1.47	1.63	1.63	1.65	1.58	1.52	1.46	1.72	1.82		1.57	
	1999	1.84	1.86	1.79	1.81	1.83	1.85	1.93	1.84	1.84	1.84	1.84	1.92			1.85

* La tasa T1,12 normalmente refleja los cambios fundamentales en el crecimiento de los precios con seis meses de retraso respecto a los crecimientos mensuales, por lo que es necesario analizar sus predicciones para evaluar el momento inflacionista presente.

- (1) Los datos a partir de abril de 1998 son predicciones.
- (2) Tasa de crecimiento del nivel medio de 1997 sobre el nivel medio de 1996.
- (3) Tasa de crecimiento del nivel medio de 1998 sobre el nivel medio de 1997.
- (4) Tasa de crecimiento del nivel medio de 1999 sobre el nivel medio de 1998.

Fuente: INE y elaboración propia (Laboratorio de Predicción y Análisis Macroeconómico, Instituto Flores de Lemus, Universidad Carlos III de Madrid).
Fecha de elaboración: 27 de abril de 1998.

Cuadro 8.4. Predicciones para el PIB a partir de modelos univariantes. Última información disponible 1997:4*.

Predicciones para la tasa de crecimiento trimestral del PIB.		
	TAR(MC*)	lineal
199801	0.9357	0.8500
199802	0.9033	0.8200
199803	0.9164	0.7500
199804	0.9364	0.7400
199901	0.8544	0.7400
199902	0.8183	0.7300
199903	0.8266	0.7400
199904	0.7172	0.7300

Predicciones para la tasa de crecimiento interanual del PIB.		
	TAR(MC*)	lineal
199801	3.67	3.59
199802	3.75	3.58
199803	3.73	3.38
199804	3.76	3.21
199901	3.68	3.10
199902	3.59	3.00
199903	3.50	2.99
199904	3.27	2.98

Crecimiento Interanual medio.		
	MC*	lineal
1998	3.73	3.44
1999	3.51	3.02

(*) Las predicciones del PIB se obtienen a partir de predicciones sobre sus componentes, tal como se explica en el texto, y no a partir de modelos univariantes. No obstante, las predicciones no lineales que aquí se presentan proporcionan una estimación fiable de la firmeza con la que la economía se encuentra en un determinado régimen, actualmente en expansión.

APÉNDICE

Modelo 1

$$\Delta \log PIB_t = 0.0113 - 0.00465 E_{742,t} + 0.00524 I_{801,t} + 0.00488 E_{802:814,t} - 0.00351 E_{914:934,t}$$

(6.82) (-3.04) (4.24) (-3.29) (-2.87)

$$+ \frac{(1 + 0.45859 L)}{(1 - 0.90653 L + 0.35300 L^4 - 0.27476 L^5 + 0.0988 L^9)} a_t$$

(4.32) (-13.14) (3.13) (-2.64) (1.78)

$$\mu_1 = 0.0113, \mu_2 = 0.00665$$

$$\sigma = 0.0019026, D - W = 2.12, Q(16) = 9.42$$

Modelo 2

$$\Delta \log PIB_t = 0.01164 - 0.00507 E_{742,t} + 0.005 I_{801,t} - 0.00447 E_{802:814,t} - 0.00357 E_{914:934,t}$$

(6.49) (-3.34) (4.31) (-3.05) (-3.07)

$$+ \frac{(1 + 49104 L)}{(1 - 0.84239 L)(1 + 0.32316 L^4)} a_t$$

(4.31) (-15.02) (3.02)

$$\mu_1 = 0.01164, \mu_2 = 0.00657$$

$$\sigma = 0.0019171, D - W = 2.02, Q(16) = 9.92$$

Modelo 3

$$\Delta^2 \log PIB_t = -0.00701 I_{802,t} + (1 + 0.60591 L)(1 - 0.27675 L^4) a_t$$

(-7.83) (6.64) (-2.74)

$$\sigma = 0.002205, D - W = 2.12, Q(16) = 12.95$$

Nota: Entre paréntesis aparecen los t-valores correspondientes a cada parámetro, mostrándose además los estadísticos de Durbin-Watson y Ljung-Box obtenidos para cada modelo. Las variables de intervención consideradas se definen como: $E_{742,t}=1$ desde 1974:2 en adelante y cero para fechas anteriores; $I_{801,t}=1$ en 1980:1 y cero en otro caso; $E_{802:814,t}=1$ desde 1980:2 hasta 1981:4 y cero en el resto; $E_{914:934,t}=1$ desde 1991:4 hasta 1993:4 y cero en otro caso, $I_{802,t}=1$ en 1980:2 y cero en otro caso

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alonso José A. (1996); "Sector exterior y crecimiento económico". En *España 1995. Un Balance*, Colegio de Economistas de Madrid, 69, 156-167.
- Blinder, A., y Holtz-Eakin, D. (1986). "Inventory fluctuations in the United States since 1929". En R. Gordon Chicago (ed.) *American Business Cycle: Continuity and Change*, NBER and University of Chicago Press, 183-236.
- Blanchard, O. J. (1981). "What is left of the multiplier accelerator?". *American Economic Association Papers and Proceedings*, 71, 150-163.
- Blough, S. R. (1992). "The relationship between power and level for generic unit roots test in finite samples". *Journal of Applied Econometrics*, 7, 295-308.
- Beaudry, P. y Koop, G. (1993). "Do recessions permanently affect output?". *Journal of Monetary Economics*, 31, 149-163.
- Box, G. E. y Jenkins, G. M. (1976). *Time series analysis: forecasting and control*, Holden Day, San Francisco.
- Busián A. y Gordo E. (1993). "Recuperación económica, competitividad y saldo exterior". *Papeles de Economía Española*, 56, 46-57.
- Burns, A. F. y Mitchel, W. C. (1946). *Measuring Business Cycles*, Columbia University Press.
- Cai, Jun. (1994). "A markov model of unconditional variance in ARCH". *Journal of Business and Economic Statistics*, 12, 309-316.
- Clements M. P. y Smith J. (1997). "The performance of alternative forecasting methods for SETAR models". *International Journal of Forecasting*, 13, 463-475.
- Diebold F. X. y Rudebusch G. D. (1996). "Measuring business cycles: a modern perspective". *The Review of Economic and Statistics*, 78(1) 67-77.
- Dolado J. J. y Sicilia J. C. (1995). "Explicaciones de la recesión en Europa: un enfoque de VAR estructural". *Investigaciones Económicas*, XIX, 203-231.
- Durland, J. M. y McCurdy T. H. (1994). "Duration-dependent transitions in a markov model of U.S. GNP growth". *Journal of Business and Economic Statistics*, 12, 279-288.
- Engle, R. F. y Smith, A. D. (1997). "Stochastic permanent breaks". Trabajo no publicado, departamento de economía, Universidad de California, San Diego.
- Espasa, A. (1984). "The estimation of trends with breaking points in their rate of growth: the case of the spanish GDP". Documento de Trabajo del Servicio de Estudios

del Banco de España, publicado posteriormente en Mentz R.P. et al. (ed. 1989) *Statistical Methods for Cyclical and Seasonal Analysis*, 400-432.

Espasa, A. y Cancelo J. R. (1993). *Métodos cuantitativos para el análisis de la coyuntura económica*. Antoni Espasa y José Ramón Cancelo (ed.), Alianza Editorial, pag. 107.

Espasa, A. y D. Peña (1995). "The decomposition of forecast in seasonal arima models". *Journal of Forecasting*, 14, 565-583.

Filardo Andrew J. (1994). "Business-cycle phases and their transitional dynamic". *Journal of Business and Economic Statistics*, 2, 299-308.

Francq, C. y Roussignol M. (1997). "On white noises driven by hidden Markov chains". *Journal of the Time Series Analysis*, 18, 553-578.

Goldfeld, S. M. y R. E. Quandt (1972). *Non-linear methods in econometrics*. Amsterdam: North-Holland.

Goodwin, T. H. (1993). "Business cycle analysis with a markov-switching-model". *Journal of Business and Economic Statistics*, 11, 331-339.

Granger, C. W. J. (1966). "The typical spectral shape of an economic variable". *Econometrica*, 24, 150-161.

Granger, C. W. J. (1993). "What are we learning about the long run?". *The Economic Journal*, 103, 307-317.

Granger, C. W. J. y Swanson, N. R. (1994). "An introduction to stochastic unit root processes". Discussion Paper 92-53R, University of California, San Diego.

González M. y Gonzalo J. (1997). "Threshold unit root models". Working Paper, departamento de Estadística y Econometría, Universidad Carlos III de Madrid.

Haavelmo, T. (1994). "The probability approach in econometrics". *Econometrica*, 12, 1-118. Supplement.

Hamilton J. D. (1989). "A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle". *Econometrica* 57, 357-384.

Hess, G. y Shigeru Iwata (1997). "Measuring and comparing business-cycle features". *Journal of Business & Economic Statistics*, 15, 432-444.

Koop, G., Pesaran, H. M. y Potter, S. (1996). "Impulse response analysis in nonlinear multivariate models". *Journal of Econometrics* 74, 119-147.

Leybourne, S. J., McCabe B. P. M. and Tremayne A. R. (1996). "Can economic time series be differenced to stationarity?". *Journal of Business and Economic Statistics*, 435-446.

Martínez, J. M. y Espasa, A. (1998(a)). "Caracterización del PIB español a partir de modelos no lineales". Próxima publicación en *Revista Española de Economía*.

Martínez, J. M. y Espasa, A. (1998(b)). "Evaluación de asimetrías en la tasa de crecimiento trimestral del PIB usando funciones de respuesta no lineal". Documento de trabajo nº 98-13(04). Departamento de Estadística y Econometría, Universidad Carlos III.

Nelson, C. R. and Plosser, C. I. (1982). "Trends and random walks in macroeconomic time series: some evidence and implications". *Journal of Monetary Economics*, 10, 139-162.

Nerlove, M. (1964). "Spectral analysis of seasonal adjustment procedures". *Econometrica*, 32, 241-286.

Pesaran M. H. y Potter, S. M. (1997). "A floor and ceiling model of US output". *Journal of Economic Dynamic and Control*, 21, 661-695.

Potter, S. M. (1995). "A nonlinear approach to US GNP". *Journal of applied econometrics*, 10, 109-125.

Quandt R. E. (1958). "The estimation of parameters of linear regression system obeying two separate regimes". *Journal of the American Statistical Association*, 55, 873-880.

Senra, E. (1998); "Modelos para series temporales con rupturas tendenciales y estructuras cíclicas asimétricas y bruscas". Documento de trabajo, versión preliminar, departamento de estadística y econometría, Universidad Carlos III.

Sichel D. (1994). "Inventories and the three Phases of the Business Cycle". *Journal of Business and Economic Statistics*, 12, 269-277.

Shiskin, J., Young, A., y Musgrave, J. C. (1967). "The X11 variant of the census method II seasonal adjust program, *Technical Paper* 15, Bureau of the Census, Washington.

Tiao G. C. y R. S. Tsay (1994). "Some advances in non-linear and adaptive modelling in time-series". *Journal of Forecasting*, 13, 109-131.

Tong H. (1990). *Non-linear time series: A dynamic systems approach*. Oxford University Press, Oxford.

Tong H. y Lim K. S. (1980). "Threshold autoregression, limited cycles and cyclical data". *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 42, 245-292.